

## APPENDICE 2.1.A1 LA TRASFORMAZIONE FRA COORDINATE RETE E COORDINATE UTENTE PER LA REGIONE LOMBARDIA

*Ludovico Biagi, Stefano Caldera, Maria Grazia Visconti*

Politecnico di Milano, DIAR c/o Polo Regionale di Como, via Valleggio 11, 22100 Como,  
ludovico.biagi@polimi.it

### SOMMARIO

*La rete di stazioni permanenti del Servizio di posizionamento della Regione Lombardia viene attualmente inquadrata nella realizzazione corrente del SR IGS. Nella prassi del rilievo a scopi cartografici è tipicamente necessario ottenere coordinate nel SR europeo ETRS89, in particolare per l'Italia nella sua realizzazione ETRF89-IGM95.*

*Nel presente contributo vengono sintetizzati i risultati ottenuti nella stima della trasformazione da SR IGS e SR IGM95 nel caso di studio della Regione Lombardia: tali risultati, ottenuti in epoche successive fra il 2005 e il 2007, evidentemente si riferiscono ai diversi metodi di stima presentati nel capitolo principale. In particolare sono riportati i risultati relativi alle stime del giugno 2005, del gennaio 2006 e del gennaio 2007, ovvero le stime della trasformazione collegate alle epoche di aggiornamento delle coordinate delle SP della rete nel SR IGS.*

### 1 LA PRIMA TRASFORMAZIONE, GIUGNO 2005

#### 1.1 Ipotesi iniziali e formule

Per la prima stima si ipotizzò che la trasformazione fra IGB00 (realizzazione IGS all'epoca della stima) e IGM95 potesse essere implementata mediante un adattamento regionale delle trasformazioni internazionali fra ITRF2000 (approssimante IGB00) e ETRS89 (di cui IGM95 è la realizzazione ufficiale italiana all'epoca 1989.0). Si riportano qui i passi di stima come presentati in (Biagi et al., 2005):

1. Per un punto P, la trasformazione delle sue coordinate da ITRF2000 all'epoca  $\tau$  ( $\mathbf{x}_{P, I00}(\tau)$ ) a ETRS89 all'epoca 1989.0 ( $\mathbf{x}_{P, E89}(1989.0)$ ) è data dalla (Boucher Altamimi, 2001, Altamimi, 2006)

$$\mathbf{x}_{P, E89}(1989.0) = \mathbf{t} + \mathbf{x}_{P, I00}(\tau) + (\tau - 1989.0) \cdot \dot{\mathbf{R}} \cdot \mathbf{x}_{P, I00}(\tau) + (1989.0 - \tau) \cdot \dot{\mathbf{x}}_{P, E89} \quad (1)$$

ove

$$\mathbf{x}_{generico} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{x}}_{generico} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{t} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{r}_3 & \dot{r}_2 \\ \dot{r}_3 & 0 & -\dot{r}_1 \\ -\dot{r}_2 & \dot{r}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

le unità di misura implicitamente definite sono: metri per le lunghezze, anni per i tempi, radianti per gli angoli di rotazione (in accordo alle convenzioni EUREF, in senso orario).

2. Le 3 componenti di  $\mathbf{t}$  e i 3 elementi indipendenti di  $\dot{\mathbf{R}}$  sono tabulati nel lavoro citato. La velocità ETRS89 del punto P ( $\dot{\mathbf{x}}_{P, E89}$ ) deve essere stimata.

3. La (1) può essere scritta anche come

$$\mathbf{x}_{P, E89}(1989.0) = \mathbf{t} + \boldsymbol{\theta}_P(\tau) + \mathbf{R}(\tau) \cdot \mathbf{x}_{P, I00}(\tau) + \mathbf{x}_{P, I00}(\tau) \quad (3)$$

ove

$$\boldsymbol{\theta}_P(\tau) = (1989.0 - \tau) \cdot \dot{\mathbf{x}}_{P, E89}$$

$$\mathbf{R}(\tau) = (\tau - 1989.0) \cdot \dot{\mathbf{R}}$$

4. Per definire una trasformazione univoca sul territorio della Lombardia, si deve porre

$$\boldsymbol{\theta}_P(\tau) \cong \boldsymbol{\theta}_L(\tau) = (1989.0 - \tau) \cdot \dot{\mathbf{x}}_{L, E89} \quad (4)$$

ove  $\dot{\mathbf{x}}_{L, E89}$  rappresenta una velocità ETRS89 media sulla regione.

5. Per desumere  $\dot{\mathbf{x}}_{L, E89}$  si possono utilizzare le velocità tabulate per le SP della rete europea (EUREF, 2000) più vicine al nostro territorio, applicando loro un'opportuna media pesata.

6. La (3) diviene dunque

$$\mathbf{x}_{P, E89}(1989.0) = \mathbf{t}_L(\tau) + \mathbf{R}(\tau) \cdot \mathbf{x}_{P, I00}(\tau) + \mathbf{x}_{P, I00}(\tau) \quad (5)$$

ove

$$\mathbf{t}_L(\tau) = \mathbf{t} + \boldsymbol{\theta}_L(\tau)$$

Le 3 componenti di  $\mathbf{t}(\tau)$  e i 3 elementi indipendenti di  $\mathbf{R}(\tau)$  rappresentano i parametri dell'usuale trasformazione di Helmert (senza fattore di scala), da aggiornarsi periodicamente e da rendere disponibili all'utenza.

## 1.2 Dati e risultati numerici intermedi

1. Parametri della (1). Dati da (Boucher et Altamimi, 2001)

$$\begin{array}{lll} t_1 = 0.054 \text{ m} & t_2 = 0.051 \text{ m} & t_3 = -0.048 \text{ m} \\ \dot{t}_1 = 0.081 \text{ mas/y} & \dot{t}_2 = 0.490 \text{ mas/y} & \dot{t}_3 = -0.792 \text{ mas/y} \end{array}$$

2. Stima di  $\dot{\mathbf{x}}_{L, E89}(\tau)$  nella (4).

Si sono considerate le velocità ETRS89 tabulate nella soluzione EUREF (all'epoca della stima, la soluzione 2000) delle SP IGS utilizzate per l'inquadramento della rete: Cagliari, Grasse, Graz, Matera, Medicina, Torino, Wettzell e Zimmerwald; si è esclusa la SP di Genova, poiché la stima tabulata della sua velocità era caratterizzata da un SQM formale molto elevato. Per desumere una velocità media per la Lombardia, le velocità delle diverse SP IGS sono state pesate con l'inverso della loro distanza dal baricentro della rete lombarda.

|      | $\dot{\mathbf{x}}_{P, E89,1}$ | $\dot{\mathbf{x}}_{P, E89,2}$ | $\dot{\mathbf{x}}_{P, E89,3}$ | D   |      | $\dot{\mathbf{x}}_{P, E89,1}$ | $\dot{\mathbf{x}}_{P, E89,2}$ | $\dot{\mathbf{x}}_{P, E89,3}$ | D   |
|------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-----|------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-----|
| CAGL | 0.0002                        | -0.0009                       | 0.0003                        | 708 | MEDI | -0.0047                       | 0.0012                        | -0.0017                       | 191 |
| GRAS | -0.0006                       | -0.0004                       | -0.0006                       | 290 | TORI | 0.0017                        | 0.0004                        | -0.0009                       | 163 |
| GRAZ | -0.0021                       | 0.0002                        | -0.0013                       | 483 | WTZR | -0.0007                       | -0.0004                       | -0.0006                       | 473 |
| MATE | -0.0036                       | -0.0004                       | 0.0027                        | 787 | ZIMM | -0.0007                       | -0.0001                       | -0.0001                       | 228 |

D: distanze approssimate dal baricentro della Lombardia (km); velocità in m/y

Si è quindi ricavata la seguente velocità geocentrica media per la Lombardia

$$\dot{\mathbf{x}}_{L, E89} = [-0.0011 \quad 0.0002 \quad -0.0007]^T \text{ m/y}$$

4. Si è considerata come epoca di riferimento il 15 giugno 2005, ovvero l'epoca

$$\tau = 2005.455$$

Utilizzando i risultati precedenti, con riferimento alla formula (5), i 6 parametri finali sono

| Elemento | $\mathbf{t}_L(\tau)$ (m) | Elemento | $\mathbf{R}(\tau)$ (mas) |
|----------|--------------------------|----------|--------------------------|
| $t_1$    | 0.07                     | $r_1$    | 1.33                     |
| $t_2$    | 0.05                     | $r_2$    | 8.06                     |
| $t_3$    | -0.04                    | $r_3$    | -13.03                   |

### 1.3 Considerazioni a posteriori sull'adattamento locale della Boucher-Altamimi

In un lavoro successivo alla stima della trasformazione, si evidenziarono i seguenti aspetti, il primo positivo, il secondo negativo, dell'adattamento regionale della Boucher Altamimi.

1. In seguito alla pubblicazione dei parametri, fu possibile effettuare il confronto in Lombardia fra risultati della trasformazione applicati alle stime IGB00 e coordinate monografate (IGM95) per circa 140 punti, fra primari IGM95 e punti della rete di raffittimento. Tale confronto evidenziò le seguenti statistiche: in planimetria differenze medie inferiori al cm, SQM delle differenze dell'ordine di 2 cm, scarti massimi di 5 cm; in altimetria una differenza media di 4 cm con SQM di 4 cm e scarti massimi di 12 cm; tali valori sono ottimi per la planimetria; considerando che la trasformazione da IGS a IGM95 ha prevalentemente scopi cartografici e che nel nord della Lombardia è ben nota una deformazione altimetrica di IGM95 il risultato è accettabile anche in quota.

2. L'adattamento della Boucher Altamimi, stimato e implementato in modo esattamente analogo per la Regione Piemonte, fornì risultati viceversa piuttosto scadenti. Un analogo confronto fra stime e monografie per punti IGM95 in Piemonte evidenziò significativi sistematismi in planimetria, dell'ordine di grandezza di 5 cm. Inoltre un nuovo adattamento della Boucher Altamimi per un'epoca differente diede risultati peggiori anche per la Lombardia. Si ritiene che tali sistematismi possano essere dovuti all'instabilità del processo di stima del termine  $\mathbf{t}(\tau)$ , ottenuto propagando la media pesata delle velocità ETRS89 delle SP; a causa di essi si provò un approccio alternativo alla trasformazione, che costituisce l'approccio oggi applicato sia in Lombardia sia in Piemonte.

## 2 LA SECONDA TRASFORMAZIONE: GENNAIO 2006

L'approccio è completamente descritto in (Biagi et al., 2006) e se ne riportano qui solo gli elementi essenziali: si basa sulla stima della trasformazione fra SR IGS e SR IGM95 mediante i seguenti passi:

1. selezione di un insieme di SP sul territorio nazionale per le quali siano pubblicate sia le stime IGS sia le stime ETRS89, nelle loro realizzazioni correnti;
2. stima di una trasformazione di similarità fra IGS e ETRS89, a partire dalle coordinate doppie pubblicate per le suddette SP;
3. applicazione della stima così ottenuta nella trasformazione da SR IGS a SR IGM95.
4. In caso siano disponibili dei punti IGM95 ben distribuiti spazialmente e di cui siano disponibili le stime nel SR IGS corrente: stima di un'eventuale campo residuo di deformazione fra realizzazione corrente di ETRS89 e IGM95 mediante il metodo della collocazione ai minimi quadrati.

Per la sua prima applicazione alla Regione Lombardia, il metodo venne applicato nel seguente modo.

## 2.1 La stima della trasformazione

Epoca di riferimento Igb00 per la trasformazione: 31 gennaio 2006; epoca di riferimento ETRF2000 per la trasformazione: 1 gennaio 1989

Sistemi di riferimento utilizzati: Igb00: le coordinate sono state ottenute interpolando le ultime 52 soluzioni settimanali al 31 gennaio 2006; ETRF2000: le coordinate sono state ottenute propagando fino all'epoca di interesse (1 gennaio 1989) le soluzioni (coordinate e velocità) fornite da EPN.

Elenco delle SP IGS utilizzate e delle relative coordinate nel SR Igb00 interpolate al 31 gennaio 2006: visto l'ambito territoriale di interesse e vista la disomogenea distribuzione in Italia delle SP IGS, vengono utilizzate le SP IGS del nord Italia e delle nazioni confinanti

| SP                | X (m)        | Y (m)        | Z (m)        |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|
| GENO (Genova)     | 4507892.3109 | 707621.5013  | 4441603.5125 |
| GRAS (Grasse)     | 4581690.8947 | 556114.8577  | 4389360.7978 |
| GRAZ (Graz)       | 4194423.8077 | 1162702.7175 | 4647245.4132 |
| HFLK (Innsbruck)  | 4248505.0462 | 855575.7664  | 4667172.2957 |
| IENG (Torino)     | 4476537.4072 | 600431.4518  | 4488761.3348 |
| MEDI (Medicina)   | 4461400.7268 | 919593.6000  | 4449504.7628 |
| PADO (Padova)     | 4388882.0165 | 924567.4839  | 4519588.7349 |
| VEVE (Venezia)    | 4379724.7592 | 957495.9061  | 4521605.2709 |
| ZIMM (Zimmerwald) | 4331297.0578 | 567555.9005  | 4633133.9379 |

Elenco delle coordinate nel SR ETRF2000 riferite all'epoca 1 Gennaio 1989:

| SP                | X (m)        | Y (m)        | Z (m)        |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|
| GENO (Genova)     | 4507892.6113 | 707621.2281  | 4441603.3063 |
| GRAS (Grasse)     | 4581691.1590 | 556114.5800  | 4389360.5630 |
| GRAZ (Graz)       | 4194424.1324 | 1162702.4478 | 4647245.1928 |
| HFLK (Innsbruck)  | 4248505.3567 | 855575.5024  | 4667172.0736 |
| IENG (Torino)     | 4476537.6634 | 600431.1953  | 4488761.1295 |
| MEDI (Medicina)   | 4461401.0890 | 919593.3113  | 4449504.5530 |
| PADO (Padova)     | 4388882.3363 | 924567.2189  | 4519588.5262 |
| VEVE (Venezia)    | 4379725.1097 | 957495.6404  | 4521605.0718 |
| ZIMM (Zimmerwald) | 4331297.3346 | 567555.6339  | 4633133.7040 |

I parametri della trasformazione sono stati calcolati adottando la seguente relazione di similarità:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}_{ETRF\ 2000,1989.0} = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{bmatrix} + (1+k) \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}_{IGb00,2006.08} + \begin{bmatrix} 0 & r_3 & -r_2 \\ -r_3 & 0 & r_1 \\ r_2 & -r_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}_{IGb00,2006.08} \quad (6)$$

Parametri di similarità stimati:

|                |                |
|----------------|----------------|
| k              | -2.970550e-008 |
| t <sub>1</sub> | 0.68 m         |
| t <sub>2</sub> | 0.64 m         |
| t <sub>3</sub> | -0.47 m        |
| r <sub>1</sub> | -13.27 mas     |
| r <sub>2</sub> | 15.81 mas      |
| r <sub>3</sub> | 27.80 mas      |

### 3 LA TERZA TRASFORMAZIONE: MARZO 2007

L'approccio (Biagi et al., 2007) è il medesimo della stima della trasformazione di gennaio 2006, introducendo però la nuova realizzazione di IGS (IGS05) in luogo di IGB00. Per quanto riguarda la realizzazione di ETRS è stato nuovamente utilizzato ETRF2000 poiché a quell'epoca il nuovo ETRF2005 (EUREF, 2005) non era ancora disponibile.

#### 3.1 La stima della trasformazione

Epoca di riferimento IGS05 per la trasformazione: 31 marzo 2007; Epoca di riferimento ETRF2000 per la trasformazione: 1 gennaio 1989.

Sistemi di riferimento utilizzati: IGS05: le coordinate sono state ottenute interpolando soluzioni settimanali dalla settimana 1385 alla 1422 al 31 marzo 2007; ETRF2000: le coordinate sono state ottenute propagando fino all'epoca di interesse (1 gennaio 1989) le soluzioni (coordinate e velocità) fornite da EPN (al 27 aprile 2007).

Elenco delle SP IGS utilizzate e delle relative coordinate nel Sistema di Riferimento IGS05 interpolate al 31 marzo 2007:

| SP                | X (m)        | Y (m)        | Z (m)        |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|
| GENO (Genova)     | 4507892.2902 | 707621.5235  | 4441603.5400 |
| GRAS (Grasse)     | 4581690.8725 | 556114.8781  | 4389360.8235 |
| GRAZ (Graz)       | 4194423.7826 | 1162702.7359 | 4647245.4385 |
| HFLK (Innsbruck)  | 4248505.0136 | 855575.7839  | 4667172.3198 |
| MEDI (Medicina)   | 4461400.7061 | 919593.6213  | 4449504.7923 |
| PADO (Padova)     | 4388881.9925 | 924567.5042  | 4519588.7665 |
| VENE (Venezia)    | 4379724.7352 | 957495.9238  | 4521605.2963 |
| ZIMM (Zimmerwald) | 4331297.0358 | 567555.9217  | 4633133.9630 |

Elenco delle coordinate nel SR ETRF2000 riferite all'epoca 1 Gennaio 1989:

| SP                | X (m)        | Y (m)        | Z (m)        |
|-------------------|--------------|--------------|--------------|
| GENO (Genova)     | 4507892.5976 | 707621.2263  | 4441603.2928 |
| GRAS (Grasse)     | 4581691.1537 | 556114.5807  | 4389360.5592 |
| GRAZ (Graz)       | 4194424.1343 | 1162702.4537 | 4647245.1964 |
| HFLK (Innsbruck)  | 4248505.3418 | 855575.4979  | 4667172.0626 |
| MEDI (Medicina)   | 4461401.0753 | 919593.3095  | 4449504.5395 |
| PADO (Padova)     | 4388882.3231 | 924567.2129  | 4519588.5106 |
| VENE (Venezia)    | 4379725.0989 | 957495.6301  | 4521605.0546 |
| ZIMM (Zimmerwald) | 4331297.3185 | 567555.6324  | 4633133.6901 |

I parametri della trasformazione sono stati calcolati a partire dalla (6), ottenendo:

|                |                |
|----------------|----------------|
| k              | -1.659014e-008 |
| t <sub>1</sub> | 0.54 m         |
| t <sub>2</sub> | 0.65 m         |
| t <sub>3</sub> | -0.48 m        |
| r <sub>1</sub> | -14.33 mas     |
| r <sub>2</sub> | 11.52 mas      |
| r <sub>3</sub> | 28.95 mas      |

### 3.2 Considerazioni a posteriori sulla nuova stima della trasformazione

Il metodo applicato per la seconda e la terza stima porta a statistiche analoghe alla prima nel confronto con le monografie IGM95 per la Regione Lombardia; inoltre fornisce risultati questa volta di analoga qualità anche per la Regione Piemonte. In entrambi i casi l'analisi spaziale dei residui evidenzia una componente residua deterministica ben rappresentata da un piano in latitudine e longitudine: tale componente è comunque non significativa rispetto ai tipici requisiti di un rilievo cartografico; una volta stimata e sottratta la componente deterministica, i residui finali dimostrano sostanziale incorrelazione.

#### BIBLIOGRAFIA

- Biagi L., Caldera S., Sansò F., *Parametri di trasformazione fra coordinate rete e coordinate utente per il nord d'Italia*, <http://geomatica.como.polimi.it/prin/>, 2007.
- Biagi L., Caldera S., Sansò F., Visconti M. G., *Parametri di trasformazione fra coordinate rete (IGb00) e coordinate utente (IGM95) per il Servizio di Posizionamento Lombardo*, <http://geomatica.como.polimi.it/prin/>, 2005.
- Biagi L., Caldera S., Sansò F., Visconti M. G., *Trasformazione di similarità tra IGb00 e ETRF2000 per il Nord d'Italia*, <http://geomatica.como.polimi.it/prin/>, 2006.
- Biagi L., Caldera S., Visconti M. G., *A first estimate of the transformation from the global IGS and the Italian ETRF89-IGM95 RF for the Italian Peninsula*, in fase di peer review per la pubblicazione sugli atti (IAG Symposia Volumes) del convegno GRF2006, Monaco.
- Biagi L., Crespi M., Manzano A., Roggero M., Sansò F.: Guidelines to an optimal adjustment of local service permanent networks within a dynamic world: a first proposal, <http://geomatica.como.polimi.it/prin/>, 2005.
- C. Boucher, Z. Altamimi: Memo: Specifications for reference frame fixing in the analysis of a EUREF GPS campaign, <http://lareg.ensg.ign.fr/EUREF/>, 2001.
- EUREF, ETRF2000 solution, <ftp://lareg.ensg.ign.fr/pub/euref/ETRF2000.SSC>, 2000.
- EUREF, ETRF2005 solution, <ftp://lareg.ensg.ign.fr/pub/euref/ETRF2005.SSC>, 2005.