

ANALISI COMPARATA DI ALGORITMI MORFOMETRICI IN GRASS

R. Ciampalini, S. Carnicelli

*Dipartimento di Scienza del Suolo e Nutrizione della Pianta
Università degli Studi di Firenze*

ABSTRACT

Nella ricerca geomorfologica, e nelle sue applicazioni alla pedologia, lo studio morfometrico quantitativo costituisce un importante elemento di analisi delle forme. La vasta quantità di algoritmi pubblicati fornisce un ventaglio di scelte tra le quali è necessario orientarsi.

In particolare, algoritmi per la misura della curvatura delle superfici sono stati pubblicati da numerosi autori (Evans, 1972, Horn, 1981, Zevenbergen & Thorne, 1987, Mitasova e Hofierka, 1993, Shary et al., 2001). Una analisi comparativa risulta di particolare interesse per due ragioni:

- 1) le diverse soluzioni adottate si riferiscono, talvolta, alla misura di quantità fisicamente diverse
- 2) i risultati, in particolare per la curvatura secondo la massima pendenza, sono spesso poco soddisfacenti, per l'eccessiva frammentazione spaziale.

Questo lavoro analizza le diverse soluzioni analitiche adottate, e la validità fisica dei rispettivi parametri in riferimento ai problemi di erosione del suolo.

Le soluzioni analitiche adottate per il modulo GRASS *s.surf.rst* sono generalmente le più valide in questo settore, tuttavia:

- 1) può risultare utile, per altri scopi, determinare altri parametri;
- 2) è spesso necessario calcolare questi parametri a partire da DEM raster già esistenti;
- 3) la qualità dei DEM è variabile;

È quindi utile disporre di soluzioni numeriche applicabili a DEM raster, utilizzando il modulo *r.mapcalc* e scripts *bash*, e di una base di scelta tra diverse soluzioni dipendente dalla qualità del DEM.

Viene quindi presentata una procedura rapida per la valutazione della qualità di DEM third party, e si passa quindi ad analizzare il funzionamento e le prestazioni delle soluzioni numeriche sviluppate da Evans (1972), Horn (1981, utilizzata nel modulo *r.slope.aspect*) e Zevenbergen & Thorne (1987). Queste soluzioni producono derivate parziali che, opportunamente combinate, consentono di calcolare tutti gli indici di curvatura proposti da Shary et al. (2001) ma presentano differenze, non evidenti, che le rendono più o meno adatte per i vari tipi di DEM e i vari usi. I risultati prodotti dai tre diversi algoritmi vengono comparati, con l'ausilio di una procedura per la valutazione della frammentazione spaziale dei risultati.

L'analisi dei risultati ottenuti consente di ricavare indicazioni per l'uso dell'uno o dell'altro algoritmo in base alla natura del DEM e allo scopo dell'elaborazione.

COMPARISON OF MORPHOMETRIC ALGORITHMS IN GRASS

In geomorphology, and in its application to pedology, quantitative morphometry is a useful analysis tool. The wide diversity of published algorithms affords such a range of choices that some general criteria is necessary.

Specifically, algorithms for calculating land surface curvature(s) have been published by several authors (Evans, 1972, Horn, 1981, Zevenbergen & Thorne, 1987, Mitasova e Hofierka, 1993, Shary et al., 2001). A comparison is of special interest for two reasons:

- 1) the various solutions sometimes address physically different quantities
- 2) results, specially for along-slope curvature, are often unsatisfactory due to excess fragmentation

This study analyzes the different analytical solutions adopted, and the physical significance of the calculated parameters with respect to soil conservation applications.

Analytical solutions used in the GRASS module *s.surf.rst* are generally the most significant on this account, but:

- 1) it may be required, for different purposes, to calculate other parameters
- 2) it is often necessary to calculate such parameters from third party DEMs
- 3) such DEMs are of variable quality

It is then useful to have available numerical solutions applicable to raster DEMs, using the *r.mapcalc* module and *bash* scripts, and of a base to choose different solutions according to data quality.

We present then a fast procedure to assess the quality of third party DEMs, and then analyse the performance of the numerical solutions proposed by Evans (1972), Horn (1981, used in the *r.slope.aspect* module) and Zevenbergen & Thorne (1987).

These solution yield partial derivatives usable to calculate all of the indexes proposed by Shary et al. (2001), but have differences which suits them more or less to different DEM qualities and purposes of the analysis. The results produced by the different algorithms are compared, with the help of a procedure to evaluate the fragmentation of the results.

Analysis of the results obtained yields useful indications for the selection of the appropriate algorithm, according to purpose and data quality.

Keywords: Curvature, topography, digital elevation models.

1. INTRODUZIONE

Nell'ambito delle scienze della terra e della modellistica del paesaggio la superficie terrestre è rappresentata per mezzo di un modello digitale del terreno (*Digital Elevation Model*); tale informazione è il supporto per l'applicazione di algoritmi atti alla descrizione della morfologia tramite il calcolo di appropriati parametri. (*Terrain Analysis*). La parametrizzazione in ambito morfometrico analizza i vari aspetti riguardanti le forme elementari ricavando per ciascun elemento di superficie dei valori descrittivi quali pendenza, esposizione rispetto alle coordinate cartesiane, curvatura della superficie nel suo intorno secondo piani predefiniti, parametri idrologici che descrivono la relazione tra il punto considerato e celle contigue a quota più elevata come accumulo di flusso singolo o multiplo ovvero area delle celle a quota superiore che hanno continuità con il punto (Jenson & Dominique, 1988; Quinn et al., 1991), parametri derivati come indici topografici (e.g. TOPMODEL in Quinn et al., 1995; Moore et al., 1991), indici legati alla radiazione solare (Hofierka & Suri, 2002) ecc.. La superficie topografica di riferimento, definita come continua, può essere analizzata per derivazione e focalizzando l'attenzione sul parametro curvatura possiamo distinguere: i) curvatura in piano, la derivata seconda della quota rispetto al piano orizzontale passante per il punto considerato; ii) curvatura in profilo, la derivata seconda della quota rispetto al piano verticale passante per il punto considerato; iii) curvatura tangenziale, simile alla curvatura in piano ma riferita non al piano orizzontale, ma al piano tangente alla superficie. La curvatura esprime la concavità e la convessità in un punto; riferendoci ai processi fisici di movimento e dispersione di flussi di massa in genere che avvengono sulla superficie terrestre, forme concave o convesse corrispondono, in profilo, a condizioni di flusso più o meno accelerato, ed in piano o in tangenziale a condizioni di convergenza e divergenza del flusso.

Partendo da alcune possibili equazioni che descrivono tale grandezza, si presterà particolare attenzione alla curvatura in profilo confrontando alcune soluzioni numeriche esistenti che giungono da interpretazioni della superficie di riferimento concettualmente diverse.

La curvatura di una sezione piana nello spazio x, y, z per un punto posto sulla superficie di riferimento è descritta analiticamente dall'equazione generale:

$$1) \quad K = (\partial^2 Z / \partial S^2) / \{1 + (\partial Z / \partial S)^2\}^{3/2}$$

mentre la prima soluzione approssimata è espressa dall'equazione (Mitasova and Mitas, 1993):

$$2) \quad k_s = \frac{f_{xx}f_x^2 + 2f_{xy}f_xf_y + f_{yy}f_y^2}{p\sqrt{q^2}}$$

dove $p = (f_x^2 + f_y^2)$ e $q = (f_x^2 + f_y^2 + 1)$.

Considerata una matrice discreta $N \times M$ che contenga i dati in elevazione, il calcolo della curvatura tramite derivate parziali in ciascun singolo nodo della maglia richiede la scelta di una superficie che rappresenti in modo continuo tale informazione; Evans (1972), come descritto in Shary et al. (2001), considerando i dati in elevazione raccolti in una matrice rettangolare esplorata con una sub-matrice 3×3 utilizza una superficie quadratica del tipo:

$$3) \quad Z = Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F$$

e la curvatura in profilo è data dall'equazione:

$$4) \quad k_s = -(f_{yy}f_y^2 + f_{xx}f_x^2 + 2f_{xy}f_xf_y) / [(f_y^2 + f_x^2)(1 + f_y^2 + f_x^2)]^{3/2}$$

il cui sviluppo con derivate parziali applicate alla matrice discreta 3×3 fornisce lo sviluppo della soluzione numerica:

$$5) \quad f_x = (Z_3 + Z_6 + Z_9 - Z_1 - Z_4 - Z_7) / 6L$$

$$6) \quad f_y = (Z_1 + Z_2 + Z_3 - Z_7 - Z_8 - Z_9) / 6L$$

$$7) \quad f_{xx} = [(Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_7 + Z_8 + Z_9) - 2(Z_4 + Z_5 + Z_6)] / 3L^2$$

$$8) \quad f_{yy} = [(Z_1 + Z_3 + Z_4 + Z_6 + Z_7 + Z_9) - 2(Z_2 + Z_5 + Z_8)] / 3L^2$$

$$9) \quad f_{xy} = (-Z_1 + Z_3 + Z_7 - Z_9) / 4L^2$$

peculiarità di tale superficie è di non passare necessariamente per i nove nodi della matrice introducendo la possibilità di valori localmente anomali in condizioni di superfici non ben rappresentabili da una quadratica.

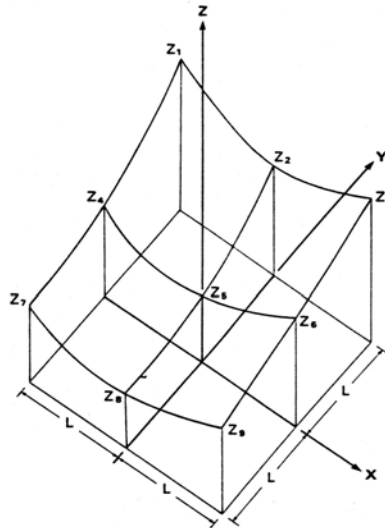


Fig. 1 Matrice 3x3 dei dati in elevazione da Zevenbergen & Thorne, (1987).

Zevenbergen and Thorne (1987) operano una prima modifica scegliendo una superficie passante per i punti della matrice e ricavando con polinomiali di Lagrange i parametri dell'equazione quartica parziale:

$$10) \quad Z = Ax^2y^2 + Bx^2y + Cxy^2 + Dx^2 + Ey^2 + Fxy + Gx + Hy + I$$

la cui curvatura in profilo è espressa da:

$$11) \quad k_s = -2 (f_{yy} f_y^2 + f_{xx} f_x^2 + f_{xy} f_x f_y) / [(f_y^2 + f_x^2) (1 + f_y^2 + f_x^2)^{3/2}]$$

e lo sviluppo della soluzione numerica sulla matrice 3x3 è:

$$12) \quad f_x = (Z_2 - Z_8) / 2L$$

$$13) \quad f_y = (-Z_4 + Z_6) / 2L$$

$$14) \quad f_{xx} = [(Z_2 + Z_8) / 2 - Z_5] / L^2$$

$$15) \quad f_{yy} = [(Z_4 + Z_6) / 2 - Z_5] / L^2$$

$$16) \quad f_{xy} = (-Z_1 + Z_3 + Z_7 - Z_9) / 4L^2$$

Horn (1981) approssima la superficie con una polinomiale di secondo ordine analoga all'equazione 3) ricavando con la tecnica dei minimi quadrati i coefficienti dell'equazione come segue:

$$17) \quad f_x = [(Z_7 - Z_9) + 2(Z_4 - Z_6) + (Z_1 - Z_3)] / 8L$$

$$18) \quad f_y = [(Z_7 - Z_1) + 2(Z_8 - Z_2) + (Z_9 - Z_3)] / 8L$$

$$19) \quad f_{xx} = [(Z_1 + Z_3 + Z_4 + Z_6 + Z_7 + Z_9) - 2(Z_2 + Z_8 + 4Z_5)] / 3L^2$$

$$20) \quad f_{yy} = [(Z_1 + Z_7 + Z_2 + Z_8 + Z_3 + Z_9) - 2(Z_4 + Z_6 + 4Z_5)] / 3L^2$$

$$21) \quad f_{xy} = ((Z_7 - Z_9) - (Z_1 - Z_3)) / 4L^2$$

dove la curvatura in profilo è espressa da:

$$22) \quad k_s = (f_{yy} f_y^2 + f_{xx} f_x^2 + f_{xy} f_x f_y) / [(f_y^2 + f_x^2) (1 + f_y^2 + f_x^2)^{3/2}]$$

2. MATERIALI E METODI

2.1 VALUTAZIONE DELLA QUALITÀ DEL MODELLO DIGITALE DEL TERRENO (DEM)

Il confronto dei risultati ottenuti con i diversi algoritmi non può prescindere da una valutazione della qualità dei modelli digitali del terreno utilizzati. Si sono presi in esame tre DEM ricavati con diverse metodologie e che rappresentano varie tipologie di espressione del rilievo: i) un DEM con celle di 30 metri di un paesaggio montano con valori in elevazione compresi tra 77 e 2450 m s.l.m. ricavato attraverso interpolazione di curve di livello; ii) un DEM di un'area collinare con celle di 20 metri ricavato anch'esso da interpolazione di curve di livello con quote comprese tra 0 e 630 m s.l.m.; iii) un DEM relativo ad un singolo versante ottenuto con rilievo topografico diretto con grid di 2 metri e che si estende da quota 990 a 1032 m s.l.m..

La qualità di un DEM dipende essenzialmente dai dati e delle informazioni relative alla superficie che viene rappresentata che si hanno a disposizione e dai metodi di interpolazione utilizzati per la realizzazione di una superficie continua e quanto più rappresentativa (splines, moduli geostatistici, kriging ecc.. e.g. Mitasova and Hofierka, 1993; Kiriakidis, et al., 1999).

I DEM prodotti da interpolazione di curve di livello presentano sovente difetti dovuti alla carenza di informazione presente nel formato vettoriale, le curve di livello riescono ad interpretare la superficie solo entro certi limiti che sono dati essenzialmente da condizioni di pendenza estrema (non è possibile rappresentare elevate pendenze oltre un certo valore) o dalla mancanza di informazione in aree piatte, inoltre il passaggio e l'elaborazione dei dati di quota vettoriali che avviene in fase di realizzazione del modello digitale fornisce solo una interpretazione della superficie e la procedura di interpolazione può talvolta produrre in talune condizioni incongruenze e/o discontinuità locali della superficie (Kiriakidis, et al., 1999; Jeffrey & Willgoose, 1999).

Per valutare l'accuratezza usata nel riprodurre la superficie topografica si è fatto uso di un indice (rank) che stabilisce la posizione occupata da ogni cella nell'ordine ascendente dei valori di elevazione in una matrice 3x3 dove il valore uguale ad 1 rappresenta la cella più bassa e 9 quella più alta.

Tale indice rappresenta una stima della derivabilità della superficie: in una superficie perfettamente derivabile, la maggioranza delle celle dovrebbe avere valori compresi fra 4 e 6, mentre celle con valori estremi dovrebbero presentarsi in creste e depressioni. Per il calcolo di tale indice si fatto uso del modulo *r.mapcalc* (GRASS 5.0.2) (Neteler, M., and H. Mitasova, 2002) con script *bash*.



Fig. 2 Esempio di calcolo dell'indice di ranking sui DEM B) e C).

2.2 CALCOLO DEI PARAMETRI, SCELTA DELLE AREE RAPPRESENTATIVE, ELABORAZIONE

Il calcolo delle curvature è stato effettuato in ambiente *GRASS*; per quanto riguarda le equazioni 4) e 11), rispettivamente formule di Evans e Zevenbergen & Thorne si è utilizzato il modulo *r.mapcalc* con script tipo *bash* applicati ad una matrice esplorativa 3x3 mentre per l'equazione 22) (Horn, 1981) si è fatto ricorso al modulo *r.slope.aspect* in cui l'equazione è implementata (Mitasova & Mitas, 1993).

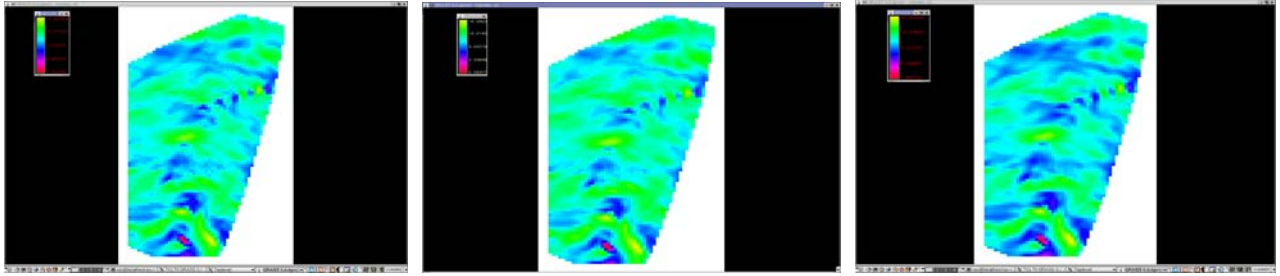


Fig. 3 Esempi di rappresentazione della curvatura in profilo sul DEM c) con Evans, Horn (*r.slope.aspect*), Zevenbergen -Thorne.

Per poter effettuare una valutazione del grado di accuratezza del calcolo di tale parametro e per indicizzarne la variabilità al mutare delle condizioni del rilievo, le mappe di curvatura in profilo ricavate vengono classificate tramite una procedura di Fuzzy K-Means Classification (e.g., Odeh, I.O.A., et al., 1992; McBratney, A.B., deGruijter, J.J., 1992.); l'operazione di classificazione è stata effettuata con il software FuzME (Minasny, and McBratney; 2002) sviluppato dall' Australian Centre for Precision Agriculture (ACPA). Tale classificazione effettuata separatamente per ciascuna area nella modalità non supervisionata ha permesso di raggruppare i valori di curvatura da concavo a convesso in 5 classi.

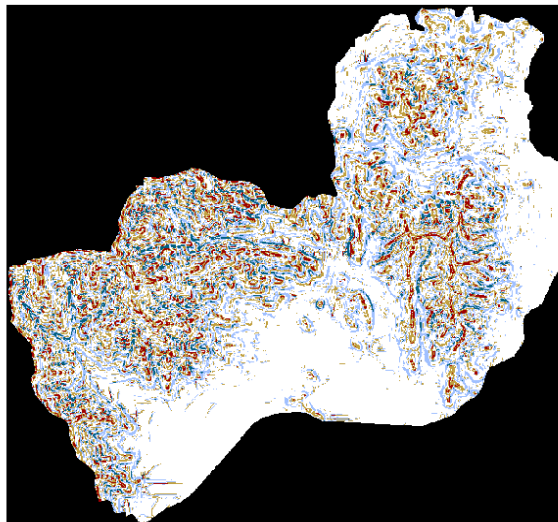


Fig. 4 Esempio di classificazione Fuzzy K-Means delle curvature sul DEM B).

Successivamente, la continuità delle classi di valori di curvatura classificati è stata indagata attraverso un indice di frammentazione (*fragmentation index*) che indica lo scostamento del valore della cella dalle circostanti in una matrice 3x3; implementato in GRASS con il modulo *r.mapcalc* e scripts *bash*, è formalizzato come segue:

$$fi = \frac{\sum_i^n |Z_i - Z_n|}{n}$$

con Z_i e Z_n che rappresentano rispettivamente i valori della cella centale e di bordo della matrice.

Si ha per valori prossimi a quattro il massimo scostamento di curvatura tra le celle mentre per valori vicini allo zero si ha la massima uniformità nella distribuzione locale del parametro.

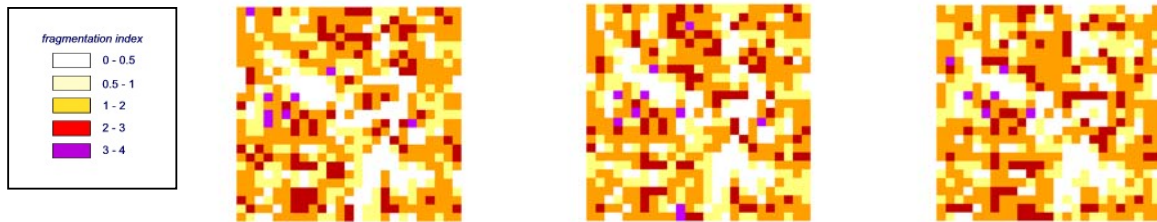


Fig. 5 Esempio di calcolo dell'indice di frammentazione in un'area del DEM B) su curvatures ricavate rispettivamente con gli algoritmi di Zevenbergen-Thorne, Horn (*r.slope.aspect*) ed Evans.

Per il confronto dei dati si sono scelte per ciascun DEM delle sub-aree campione in modo da poter rappresentare le diverse morfologie campionando con una matrice di dimensione 25x25 rispettivamente 5 diverse aree per i DEM A) e B) e 2 aree sul DEM C) per la limitata estensione della superficie.

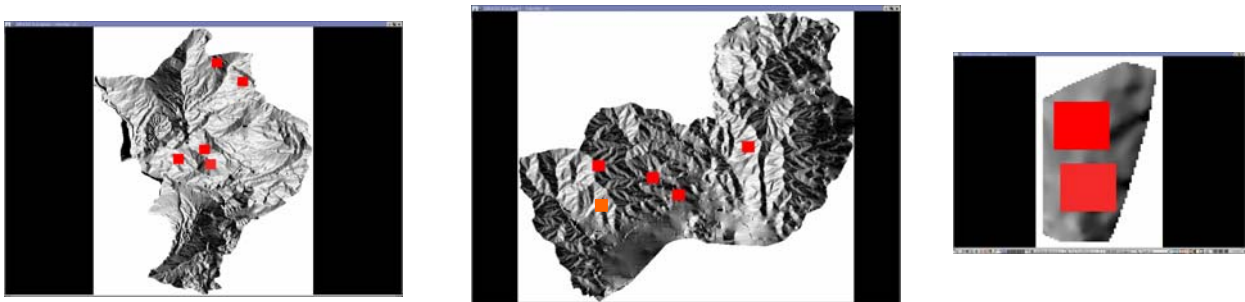


Fig. 6 Localizzazione delle sub-aree campione nei DEM A), B) e C).

4. CONCLUSIONI

Dall'analisi dei dati si possono fare alcune considerazioni sugli aspetti che riguardano la scelta degli algoritmi utilizzati nel calcolo della curvatura in relazione alla qualità del supporto (DEM). La presenza in un DEM di celle che indicano condizioni di singolo picco o depressione, oltre ai naturali ovvi casi che esprimono elementi particolari del rilievo come fondi di depressioni chiuse o sommità di rilievi collinari e montani, o che raggruppano valori in modo anomalo secondo fasce di quota o pendenza preferenziali come possono essere rilevate anche da un'attenta analisi delle curvature stesse, indica una rappresentazione della superficie dove la qualità dei dati originari o la metodologia di costruzione del modello digitale hanno introdotto discontinuità nella modellizzazione.

Il coefficiente di variazione dei valori del rank (Fig.7) può essere considerato come una stima di quanto la superficie rappresentativa sia affetta da tali perturbazioni. Da una stima effettuata sulle aree campione in esame risulta che tale variazione è minima per il DEM C) (*Vf* in Fig.7) ricavato da dati di quota rilevati direttamente, mentre per i DEM A) e B) (*Af*; *Tf*, in Fig.7) si rilevano valori generalmente più elevati indicando nei DEM ricavati da interpolazione da curve di livello la possibilità di incorrere più frequentemente in tali problematiche.

L'indice di frammentazione relativo alla curvatura per le aree in esame, considerato nel suo valor medio, fornisce indicazioni che conducono nella quasi totalità dei casi a valori essenzialmente bassi nel caso dell'utilizzo della soluzione di Evans (1972) (*ev*), ed a valori alti nel caso dell'utilizzo della soluzione di Zevenbergen & Torne (1987) (*zt*) con valori intermedi che sono relativi all'equazione sviluppata da Horn (1981) (*H*).

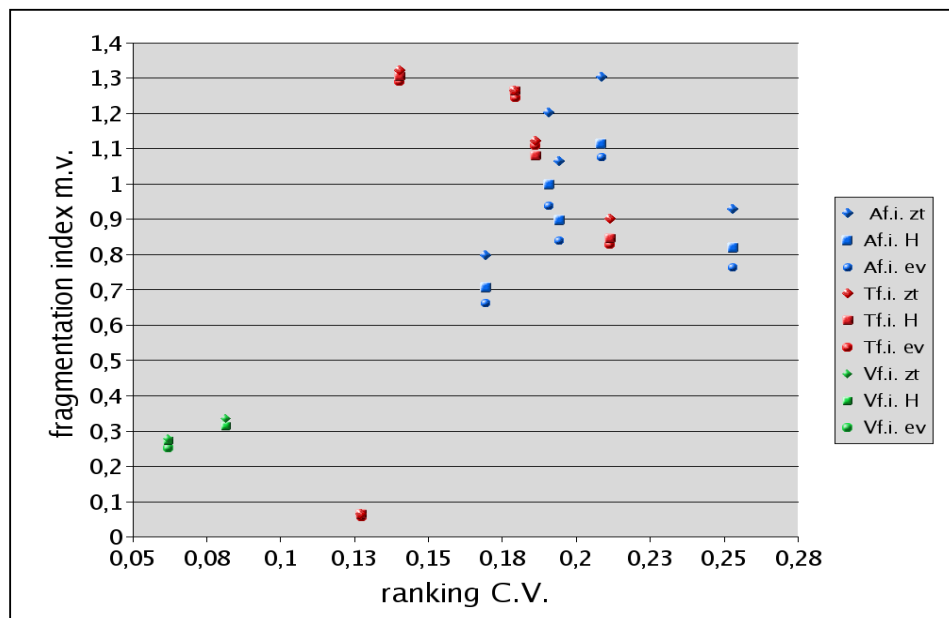


Fig. 7 Valori ricavati sulle singole sub-aree campione dell'indice di frammentazione (valore medio) VS coefficiente di variazione del valore di rank.

Dalle soluzioni applicate su matrici discrete (equazioni 5-9; 12-21) si può verificare come venga attribuito un diverso peso alle celle della matrice per il calcolo delle derivate parziali: Evans nel ricavare i valori del parametro su superfici di ordine due assegna lo stesso peso ai valori in elevazione lungo righe e colonne della matrice, Horn attribuisce maggior peso ai valori in posizione centrale e cardinale mentre Zevenbergen & Thorne si riferiscono ai valori senza effettuare medie tra celle di bordo e centrali. Dai risultati, che costituiscono un primo approccio metodologico e che possono dar seguito a ben più dettagliate analisi su modelli digitali del terreno di varia natura ed origine, si può constatare che il maggior dettaglio nel calcolo della curvatura si ha utilizzando l'equazione di Zevenbergen-Thorne e che tale soluzione si presta ad essere utilizzata su DEM di migliore qualità, quindi adatta a studi di tipo idrologico, di erosione del suolo e applicazioni in cui il trattamento dei dati numerici richiedono una esatta definizione del parametro.

Le equazioni di Evans e Horn per il maggior livello di smoothing che deriva dall'utilizzo di soluzioni con superfici di ordine inferiore sono più adatte ad essere utilizzate su DEM affetti da rumore e, come appare da una analisi della qualità del supporto, ricavati da informazioni derivate come in questo caso da curve di livello; sono inoltre preferibili per studi morfologici, di analisi del paesaggio o altre applicazioni dove l'informazione è legata ad un carattere descrittivo più generale.

BIBLIOGRAFIA

- Evans, I.S., 1972. General geomorphometry, derivatives of altitude, and descriptive statistics. In: Chorley, R.J. (Ed.), *Spatial Analysis in Geomorphology*. Methuen & Co., London, pp. 17– 90, Chap. 2.
- Hofierka, J., Suri, M. (2002): The solar radiation model for Open source GIS: implementation and applications. Proceedings of the International GRASS users conference in Trento, Italy, September 2002.
- Horn, B.K.P., 1981. Hill shading and the Reflectance Map. *Proceedings of the IEEE*, 69 (1), 14-47.
- Jeffrey, P.W., and Willgoose, G.R., 1999. On the effect of digital elevation model accuracy on hydrology and geomorphology. *Water Res. Research* 35, 7, 2259-2268.
- Jenson, S.K., and Dominique J.O., 1988. Extracting topographic structures from digital elevation data for geographic information system analysis. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing* 54, 11, 1593-1600.
- Kiriakidis, P.C., Shortridge, A.M., and Goodchild, M.F., 1999. Geostatistics for conflation and accuracy assesment of digital elevation models. *Int. J. Geographical Information Science*, 13, 7, 677-707.
- McBratney, A.B., deGrujter, J.J., 1992. A continuum approach to soil classification by modified fuzzy k-means with extragrades. *Journal of Soil Science* 43, 159-175.
- Minasny, B., McBratney, A.B., 2002. FuzME version 3.0, Australian Centre for Precision Agriculture, University of Sydney, Australia, <http://www.usyd.edu.au/su/agric/acpa>.
- Mitasova, H., and J. Hofierka, 1993. Interpolation by Regularized Spline with Tension: II. Application to Terrain Modeling and Surface Geometry Analysis. *Math. Geol.* 25, 641-655.
- Moore, I.D., Grayson, R.B. and Ladson, A.R. (1991). Digital terrain modeling: a review of hydrological, geomorphological and biological applications. *Hydrological Processes*, 5, 3-30.
- Neteler, M., and H. Mitasova, 2002. In: Kluwer Academic Publishers Group (Ed.), *Open source GIS: a grass GIS approach*, 405-409.
- Odeh, I.O.A., McBratney, A.B., Chittleborough, D.J., 1992. Soil pattern recognition with fuzzy-c-means: application to classification and soil-landform interrelationships. *Soil Science Society of America Journal* 56, 505–516.
- Quinn, P.F., Beven, K.J., and Lamb, R., 1995. The $\ln(a/\tan b)$ Index: How to calculate it and how to use it within the topmodel framework. *Hydrological Processes* 9, 161-182.
- Quinn, P.F., Beven, K.J., Chevallier, P. and Planchon, O., 1991. The prediction of hillslope flow paths for distributed hydrological modelling using digital terrain models. *Hydrological Processes* 5, 59-79.
- Shary, P.A., Sharaya, L.S., Mitusov, A.V., 2001. Fundamental quantitative methods of land surface analysis. *Geoderma*, 107, 1-2, 1-32.
- Zevenbergen, L.W., and C.R. Thorne, 1987. Quantitative analysis of the land surface topography. *Earth Surf. Proc. And Landf.*, 12, 47-56.