DTM e interpolazioni in GRASS: applicazione ad un alveo intrecciato

Tiziano COSSO^(*), Bianca FEDERICI^(**) & Domenico SGUERSO^(***)

DIMSET (Dipartimento di Macchine, Sistemi Energetici e Trasporti) – Università degli Studi di Genova ^(*)tiziano.cosso@unige.it, ^(**)bianca.federici@unige.it, ^(***)domenico.sguerso@unige.it

Sommario

Il presente lavoro affronta lo studio di una metodologia sperimentale che possa essere applicata al monitoraggio a breve e lungo termine di alvei fluviali. Nell'ambito dell'idraulica fluviale infatti, la capacità di predizione dell'evoluzione nel tempo di un corso d'acqua riveste un ruolo fondamentale nella gestione sostenibile della risorsa che esso rappresenta e nella mitigazione del rischio di piena. Un alveo intrecciato è caratterizzato da un sistema multi-canale che si sviluppa in piane alluvionali dando luogo a continue biforcazioni seguite da successive confluenze, e che subisce rilevanti modifiche al passaggio di piene anche di moderata intensità. Questa forte mobilità rende opportuno un monitoraggio frequente nel tempo per prevenire eventuali problemi a manufatti quali protezioni spondali, ponti e infrastrutture tecnologiche quali tubazioni sommerse.

Obiettivo del lavoro è ottimizzare il rilevamento di un tratto di alveo di estensione sufficientemente limitata da richiedere il rilievo a terra, per l'acquisizione dei dati necessari alla ricostruzione del Modello Digitale del Terreno (DTM). Si noti che differenti tecniche di rilevamento quali la fotogrammetria e il laser, oltre ad avere costi non ottimali per rilievi di superfici limitate, hanno l'evidente svantaggio di non restituire informazioni riguardo alle zone sommerse.

L'occasione della progettazione di un monitoraggio di un tratto del torrente Borbera (Al) ha portato ad affrontare lo studio delle problematiche legate all'interpolazione, cercando una strategia per ridurre il numero di punti da rilevare in campagna, individuando metodi di interpolazione, strutture di dati e dislocazioni ottimali al fine di riprodurre le forme principali di superfici così complesse.

A tal fine sono stati utilizzati un DTM sintetico ed uno reale, rappresentanti un breve tratto di un alveo intrecciato, dai quali sono state estratte diverse distribuzioni di punti per simulare l'acquisizione delle osservazioni in campagna. Si è poi proceduto all'interpolazione per mezzo di tre diversi metodi presenti nel GIS open source GRASS. Dal confronto tra i DTM ottenuti mediante interpolazione e quelli iniziali, sono state individuate indicazioni utili per la produzione di modelli digitali del terreno che bene descrivano la morfologia di un alveo intrecciato con il minor dispendio di energia possibile.

Introduzione

Il presente lavoro affronta le problematiche legate alla generazione di Modelli Digitali del Terreno (DTM) di alvei intrecciati utilizzando il GIS open source GRASS (GRASS5.4 Reference Manual). In particolare si indaga come ottimizzare il campionamento del terreno, ossia come ridurre la densità dei punti misurati e quale possa essere la loro distribuzione ottimale, in funzione del metodo d'interpolazione utilizzato e nel rispetto delle precisioni cercate, per una descrizione del territorio necessaria per la specifica applicazione considerata.

Un corso d'acqua intrecciato è caratterizzato da un andamento pluricursale (fig. 1), dove cioè la corrente si divide in più canali che si sviluppano nella piana alluvionale, dando luogo a continue biforcazioni seguite da successive confluenze. La topografia degli alvei intrecciati subisce rilevanti modifiche in seguito al passaggio di piene anche di intensità moderata; ciò può causare seri problemi a manufatti quali protezioni spondali, ponti e tubazioni sommerse. Per studiare i processi che controllano la morfodinamica dei corsi d'acqua intrecciati, gli ingegneri fluviali necessitano di



Figura 1 - Esempio di alveo intrecciato in un tratto del torrente Borbera (Al).

dettagliati dati topografici sia planimetrici che altimetrici, che richiedono onerose campagne di misura.

Il presente lavoro nasce pertanto dal desiderio di monitorare in modo veloce ed economico un breve tratto di alveo intrecciato, al fine di ottenere informazioni sufficientemente dettagliate e frequenti nel tempo. L'estensione limitata della zona da monitorare spesso richiede di affrontare il campionamento del terreno tramite rilevamento a terra con metodologia tradizionale o GPS. Tali tecniche di rilevamento a terra permettono, rispetto alle metodologie fotogrammetriche e laser, anche il rilievo delle aree sommerse, le quali possono interessare una parte considerevole (superiore anche al 50%) dell'estensione della piana considerata.

Per affrontare la progettazione di tali rilevamenti a terra, nell'ottica di operazioni sufficientemente rapide tali da permettere un monitoraggio frequente, è stato creato un DTM sintetico (fig. 2) rappresentante una piana di assegnata pendenza, incisa da un canale rettilineo a sezione trapezia che si biforca in due canali che a loro volta si ricongiungono a valle in un canale unico, all'interno del quale è stata riprodotta una zona di deposito. Ogni singolo canale è caratterizzato da una diversa pendenza longitudinale. Il DTM così generato, sebbene sia caratterizzato da una geometria semplificata rispetto a quella che si osserva in natura, riproduce al tempo stesso le principali caratteristiche di un corso d'acqua intrecciato.

In una seconda fase del lavoro è stato utilizzato il DTM di un tratto di alveo reale (fig. 3), fornitoci cortesemente dal prof Peter Ashmore della University of Western Ontario CA, rappresentante una biforcazione ed una successiva confluenza.

In entrambi i modelli utilizzati, i canali hanno larghezza dell'ordine della decina di metri e profondità dell'ordine del metro. Si noti inoltre come il loro sviluppo sia fortemente anisotropo.

Per simulare un rilievo in campagna, il DTM iniziale è stato importato in GRASS 5.4 in formato raster, poi convertito in un insieme di "sites", cioè di punti caratterizzati da tre coordinate; dal file così ottenuto sono stati quindi estratti i punti corrispondenti a sezioni trasversali, a linee di rottura che individuano i netti cambi di pendenza sia in zone asciutte sia in zone sommerse (breaklines asciutte o bagnate), a contorni dell'area oggetto del rilievo, ed infine a punti sparsi. Il DTM è stato poi ricostruito mediante GRASS interpolando tali dati al variare della loro densità e distribuzione.

Come noto nella pratica operativa il rilievo di un alveo avviene solitamente per mezzo di sezioni trasversali, opportunamente dislocate in corrispondenza di variazioni significative delle caratteristiche dell'alveo stesso a partire dalle quali viene ricostruita la superficie solitamente mediante interpolatori unidirezionali (si veda per esempio l'interpolatore presente nel software libero di modellazione idraulica Hec-Ras, largamente impiegato nella modellistica idraulica). Tali interpolatori incontrano dei problemi evidenti che ne compromettono il buon funzionamento ogni qual volta si tratta di dover riprodurre superfici con caratteristiche bidimensionali. Poiché gli alvei intrecciati presentano uno sviluppo planimetrico bidimensionale, particolarmente evidente in corrispondenza delle biforcazioni e delle confluenze, nasce l'esigenza di verificare altri metodi di interpolazione al fine di riprodurli.



Figura 2 - DTM sintetico rappresentativo delle caratteristiche di un alveo intrecciato



Figura 3 - DTM di un tratto di un reale alveo intrecciato

I metodi di interpolazione analizzati nel presente lavoro sono la media pesata con l'inverso della distanza al quadrato (Inverse Distance Weighted, IDW), le spline con tensione (Regularized Spline with Tension, RST) e il kriging ordinario, quest'ultimo interfacciando GRASS con l'ambiente statistico R (http://www.r-project.org).

La qualità della superficie interpolata con ciascun interpolatore è stata valutata mediante confronto con la superficie iniziale del DTM, assunta come riferimento. Tale confronto si è ottenuto, per ciascun pixel del DTM, calcolando la minima distanza tra il valore del pixel del raster interpolato e il raster di riferimento espresso attraverso i valori dei pixel circostanti la cella considerata. Questo per evitare di enfatizzare differenze tra superfici anche simili ma leggermente traslate non



Figura 4 – Mappa degli errori (m) del DTM interpolato con IDW tra sezioni ogni 6 m e punti lungo la sezione equidistanti 1,5 m. (Le croci indicano i punti rilevati)

descrivendo pertanto la reale qualità dell'interpolatore; in ciascun caso si è così ottenuto un raster che rappresenta la cosiddetta "mappa degli errori". È evidente che l'ampiezza della finestra sulla quale effettuare la ricerca della minima distanza è funzione dell'andamento della superficie; in questo lavoro si considera una matrice 5X5 pixels.

E' stata così valutata la capacità dei diversi interpolatori di riprodurre la geometria di alcune forme caratteristiche di un alveo intrecciato, in funzione della spaziatura e distribuzione dei punti campionati, evidenziando anche la differente significatività delle diverse strutture di dati.

Interpolazione mediante Inverse Distance Weighted (IDW)

Il metodo di interpolazione IDW implementato in GRASS (s.surf.idw) possiede un unico parametro su cui l'utente può agire e cioè il numero di punti che concorrono al calcolo del punto incognito; in particolare nella presente applicazione tale parametro è stato fissato pari a 12.

Poiché nella pratica ingegneristica il rilievo tradizionale di un alveo avviene solitamente per mezzo di sezioni trasversali, nelle prove effettuate si sono simulati rilievi così distribuiti, variando la spaziatura tra le sezioni e la densità dei punti all'interno delle singole sezioni.

In figura 4 è riportata la mappa degli errori della prova effettuata interpolando sezioni rilevate ogni 6 m costituite da punti equidistanti 1,5 m: è evidente la formazione di gradini in senso longitudinale, con errori dell'ordine dei 50 cm, e la presenza di errori localizzati lungo le sponde dell'ordine del metro, pertanto dello stesso ordine di grandezza della profondità del canale.

Tali effetti sono dovuti all'eccessiva densità di dati nella direzione trasversale rispetto a quella longitudinale. E' stata quindi effettuata una seconda prova cambiando la distribuzione dei dati di input, disponendoli sui nodi di un grigliato regolare di passo 6m x 6m, come si vede in figura 5. In questo modo la formazione di gradini in direzione longitudinale è scomparsa, ma l'ampiezza degli errori è aumentata; infatti il massimo errore osservato è pari a 1,4 m mentre nel precedente test esso era pari a 1 m. Si osservi inoltre la formazione di zone circolari caratterizzate da errori limitati intorno ai punti rilevati, note in letteratura come "bull's eyes", tipiche dell'interpolatore IDW.

Eseguendo ulteriori prove riducendo il passo del grigliato, si è evidenziato come sia necessario ridurre il passo di due o tre volte al fine di raggiungere errori comparabili con le prove in cui i dati sono disposti lungo sezioni trasversali; ipotizzando di utilizzare un GPS in modalità cinematica, ciò richiederebbe di raddoppiare i tempi della campagna di misure, fatto evidentemente in contrasto con la necessità di ottimizzare il rilievo.

Si è quindi tornati a interpolare dati disposti lungo sezioni trasversali sottraendo a tali dati il loro trend corrispondente alla pendenza media della piana alluvionale, al fine di evitare la formazione



Figura 5 – Mappa degli errori (m) del DTM interpolato con IDW tra punti disposti sui nodi di un grigliato regolare 6m x 6m. (Le croci indicano i punti rilevati)



Figura 6 – Mappa degli errori (m) del DTM interpolato con IDW tra sezioni ogni 6 m e punti lungo la sezione equidistanti 1,5 m, avendo sottratto la pendenza media. (Le croci indicano i punti rilevati)

dei gradini. Dalla mappa degli errori di figura 6 risulta però evidente un sistematismo tra il tratto di monte e quello di valle, caratterizzati da diversi valori della pendenza. Questo evidenzia un chiaro limite del metodo d'interpolazione. Si consideri inoltre che in alveo reale risulta ancora più difficile individuare una pendenza media caratteristica dell'intero tratto in esame poiché negli alvei intrecciati tipicamente ogni ramo presenta pendenze differenti.

Si può quindi concludere che i risultati ottenuti sono in accordo con quanto suggerito da Neteler & Mitasova (2002; p.166): l'interpolatore IDW necessita di una grande quantità di dati, quanto più possibile disposti su di un grigliato regolare. Ciò lo rende poco adatto allo scopo del presente lavoro e per tale motivo sono state indagate le funzionalità delle Spline con Tensione e dell'Ordinary Kriging.



Figura 7 – Mappa degli errori (m) del DTM interpolato con RST tra sezioni ogni 6 m e punti lungo la sezione equidistanti 1,5 m. (Le croci indicano i punti rilevati)

Interpolazione mediante Regularize Spline with Tension (RST)

Il metodo di interpolazione RST implementato in GRASS (s.surf.rst) possiede diversi parametri sui quali l'utente può agire, che influenzano fortemente la forma della superficie risultante. Una descrizione del loro significato e funzionamento applicato al presente contesto è riportata in Federici & Sguerso (2004). Si noti comunque che la scelta dei valori da assegnare ai parametri è operazione delicata poiché influenza fortemente la superficie risultante, e per questo motivo si necessita di una certa esperienza.

Nel presente lavoro per prima cosa si sono confrontate le superficie ottenute mediante interpolazione a partire da sezioni trasversali utilizzando l'interpolatore RST e IDW. Utilizzando i valori di default dei parametri, si sono interpolate sezioni trasversali disposte ogni 6 m realizzate con punti lungo la sezione ogni 1,5 m, e si è poi confrontata la mappa degli errori così ottenuta (fig. 7) con la corrispondente ricavata mediante IDW (fig. 6). Nel tratto rettilineo del canale l'interpolazione mediante RST risulta ottima, con errori generalmente inferiori ai 5 cm, tranne qualche picco pari a circa 30 cm in corrispondenza delle breaklines (non rilevate). Nel tratto caratterizzato dalla biforcazione, invece, l'errore lungo le sponde è maggiore e raggiunge il metro (pari alla profondità del canale), influenzando una zona piuttosto ampia cosicché anche nel canale la superficie risulta mal riprodotta. RST sembra quindi interpolare meglio di IDW la superficie tra sezioni trasversali in tratti rettilinei, mentre i due metodi portano a risultati equivalenti in presenza delle diramazioni.

Si è quindi analizzata la possibilità di rilevare i cambi di direzione dei canali rilevando le loro sponde, sia emerse che sommerse (breaklines asciutte e bagnate). Si è interpolato tra alcune sezioni trasversali significative, i contorni della regione oggetto del rilievo, e le breakline asciutte e bagnate, disposte come in figura 8. Utilizzando i valori di default di tutti i parametri ad eccezione della tensione che è stata posta pari a 100, è stata ottenuta una mappa degli errori caratterizzata da errori piuttosto bassi, ovunque inferiori ai 15 cm ad eccezione di alcuni picchi localizzati. Questo buon risultato dipende in parte dal fatto che la forma della sezione ipotizzata è estremamente regolare, e perciò ben riprodotta con un alto valore di tensione; ciò non avverrebbe nel caso di una sezione di forma più irregolare come generalmente si osserva in natura. Si è comunque evidenziata l'importanza di rilevare quanti più netti cambi di pendenza possibile, in modo da ben riprodurre l'andamento planimetro dei canali. Si noti inoltre che il rilievo delle breaklines e di poche sezioni trasversali, mediante strumentazione GPS in modalità cinematica, risulta notevolmente più veloce del rilievo di sezioni trasversali equispaziate, poiché queste devono essere piuttosto ravvicinate.



Figura 8 – Mappa degli errori (m) del DTM interpolato con RST tra breaklines asciutte e bagnate, i contorni della regione e alcune sezioni significative collocate in corrispondenza di cambi di pendenza. (Le croci indicano i punti rilevati)



Figura 9 – Mappa degli errori (m) del DTM interpolato con RST tra breaklines asciutte e sezioni ogni 6 m e punti lungo la sezione equidistanti 1,5 m. (Le croci indicano i punti rilevati)

Si tenga conto che, nelle applicazioni con alvei reali dove la topografia del fondo dei canali è irregolare, il rilievo di alcune sezioni trasversali è sempre necessario al fine di fornire informazioni sulla forma stessa della sezione.

Una prova successiva è stata effettuata interpolando dati distribuiti lungo breakline asciutte e sezioni trasversali ogni 6 m, con equidistanza trasversale di 1,5 m (fig. 9). E' stato ipotizzato di non rilevare breakline bagnate in quanto spesso difficili sia da identificare che da rilevare. Il risultato non è affatto soddisfacente, essendo presenti errori fino ai 20 cm nel canale rettilineo, fino a 40 cm lungo le sue sponde, anche maggiori di 1 m (valore della profondità) nel tratto compreso tra la biforcazione e la confluenza; inoltre sono presenti errori fino a 4-6 m nei cambi di direzione della corrente, mentre la piana è ben riprodotta.

Infine, è stata indagata la possibilità di applicare un fattore di anisotropia, con il quale dare un peso maggiore ai dati di input in una direzione pre-fissata, al fine di mantenere la forma della sezione in senso longitudinale, tra due sezioni rilevate. Si è pertanto ripetuto il test precedente fissando un



Figura 10 – Mappa degli errori (m) del DTM interpolato con RST tra breaklines asciutte e sezioni ogni 6 m e punti lungo la sezione equidistanti 1,5 m, con fattore di anisotropia (theta=90, scalex=10). (Le croci indicano i punti rilevati)

fattore di anisotropia in direzione parallela all'asse del canale rettilineo, ottenendo la mappa degli errori riportata in figura 10. Il tratto rettilineo beneficia così del fattore di anisotropia lungo tale direzione, e risulta così molto ben riprodotto presentando errori inferiori ai 10 cm, mentre nel tratto compreso tra la biforcazione e la confluenza è evidente come la direzione dei canali fortemente differente dall'asse del canale rettilineo comprometta la funzionalità del parametro di anisotropia. Si noti comunque che nel DTM sintetico gli angoli di biforcazione e di confluenza sono molto più ampi di quelli che si osservano in natura.

Tenendo conto delle indicazioni ricavate dalle prove precedenti, si è quindi passati a testare l'interpolatore RST nel caso di una superficie più realistica quale il tratto di alveo intrecciato illustrato in figura 3. Il rilievo è stato simulato con sezioni trasversali ogni 50 m, realizzate con dati equidistanti 2 m, e con punti dislocati lungo le breakline laddove queste sono più chiaramente individuabili. Utilizzando valori di default per tutti i parametri eccetto per il fattore di anisotropia, si è ottenuta la mappa dell'errore riportata in figura 11. Il risultato è globalmente soddisfacente, con errori generalmente inferiori ai 20 cm, picchi di 40 cm sulle breaklines e di 80 cm in corrispondenza della biforcazione e della confluenza. Si noti come nel tratto di valle (lato inferiore della figura 11) gli errori siano più alti in considerazione del fatto che la direzione prevalente dell'alveo in quel tratto è leggermente diversa da quella impostata nel parametro di anisotropia, supposto unico per l'intero DTM. Nel caso si debba analizzare una rete intrecciata più complessa di quella presa in considerazione, può risultare utile dividere l'alveo in aree a direzione prevalente, interpolando separatamente all'interno di ciascuna area.

Interpolazione mediante Ordinary Kriging

L'interpolazione mediante kriging è stata effettuata interfacciando GRASS con l'ambiente statistico R, con il quale è possibile scambiare piuttosto agevolmente dati sia puntuali che raster mediante l'uso di una libreria aggiuntiva che è necessario caricare con il comando "library(GRASS)" direttamente da R.

Diverse sono le tipologie di kriging: simple, ordinary, universal, etc. (Wackernagel, 2003). Nel presente lavoro è stato applicato l'Ordinary Kriging per la ricostruzione del DTM dell'alveo reale a partire da sole sezioni trasversali.

E' stata inizialmente analizzata la variabilità spaziale dei dati stimando il variogramma empirico, e poi modellandolo con una modello sferico (fig. 12), prestando maggiore attenzione al tratto iniziale della curva, per meglio rappresentare l'effetto dei punti più vicini. Si noti che generalmente è molto difficile ottenere un variogramma modello che approssimi molto bene quello empirico per



Figura 11 – Mappa degli errori (m) del DTM interpolato con RST tra breaklines e sezioni ogni 50 m e punti lungo la sezione equidistanti 2 m, con fattore di anisotropia (theta=90, scalex=25).



Figura 12 -Variogramma empirico approssimato con modello sferico

distanze dei punti elevate. Successivamente è stata quindi eseguita l'interpolazione vera e propria che tiene conto così delle correlazioni spaziali tra i dati.

Particolare attenzione è stata prestata al fattore che permette di tenere in conto di un eventuale anisotropia della correlazione spaziale; si è però osservato come tale fattore pur giocando un ruolo importante nella determinazione del variogramma, non influisca affatto nell'interpolazione vera e propria.

Sono state effettuate diverse prove interpolando dati distribuiti lungo sezioni trasversali con diverse spaziature. In figura 13 è riportata la mappa degli errori relativa al DTM ottenuto con sezioni



Figura 13 – Mappa degli errori (m) del DTM interpolato con Kriging tra breaklines e sezioni ogni 50 m e punti lungo la sezione equidistanti 2 m.

trasversali distanziate di 50 m con dati lungo la sezione ogni 2 m. Lo scarto quadratico medio relativo agli scostamenti misurati in questa prova è pari a 22cm, perciò di poco superiore al risultato ottenuto interpolando mediante spline. Risulta però evidente come i due distinti canali e, più in generale, le caratteristiche della superficie originale siano ancora riconoscibili abbastanza chiaramente nella mappa degli errori evidenziando pertanto la non corretta riproduzione del segnale da parte dell'interpolatore.

Confronto tra i metodi d'interpolazione utilizzati e conclusioni

Dall'applicazione dei metodi di interpolazione analizzati quali Inverse Distance Weighted, Regularized Spline with Tension e Ordinary Kriging per la riproduzione della superficie di un alveo intrecciato, risulta che il metodo dell'inverso della distanza è inadeguato all'applicazione in esame, a meno di non disporre di una grande quantità di dati osservati uniformemente distribuiti.

Per quanto riguarda il comportamento di RST e kriging si possono fare differenti considerazioni a seconda del tipo di analisi. Da un confronto delle statistiche degli errori commessi nel ricostruire il DTM reale, risultano scostamenti sostanzialmente comparabili tra i due metodi, con s.q.m. pari a 19 cm per le spline e a 22 cm per il kriging. Dall'analisi della mappa degli errori si evidenzia invece come la superficie riprodotta utilizzando le spline risulti in generale più "liscia" di quella ottenuta tramite kriging, nella quale si evidenziano "bump" regolarmente distribuiti anche all'interno dei canali. Tali bump possono essere fastidiosi nel momento in cui si debba utilizzare il DTM per modellazioni idrauliche.

Si è confermata infine l'importanza del parametro di anisotropia per l'ottimizzazione del rilievo; si è ritenuto opportuno perciò soffermarsi, in fase di confronto tra i due interpolatori, sul suo effetto, che è risultato differente nei due metodi. Nelle spline con tensione tale parametro risulta determinante per ottenere un buon risultato, permettendo la riduzione del numero di sezioni trasversali necessarie per ottenere un DTM accurato. Nel kriging, invece, il fattore di anisotropia interviene fattivamente nel momento della valutazione del variogramma; agisce perciò in modo diretto quando si deve modellare la correlazione spaziale tra i dati, ma sembra non avere alcuna influenza nel momento in cui si effettui l'interpolazione vera e propria; per questo motivo l'efficacia di tale parametro è molto inferiore rispetto a ciò che si osserva utilizzando le spline.

Sembra pertanto di poter concludere che, alla luce dei test effettuati, per riprodurre il DTM di un alveo intrecciato, l'interpolatore Spline con Tensione sembra funzionare meglio degli altri due interpolatori analizzati.

Per quanto riguarda la distribuzione ottimale nell'economia del rilievo, è bene che i punti da rilevare al fine dell'interpolazione siano distribuiti lungo breaklines (ove possibile) e lungo alcune sezioni trasversali significative, pertanto in corrispondenza di ogni significativo cambiamento della forma del canale, quali marcati allargamenti o restringimenti, in corrispondenza di barre, di biforcazioni o di confluenze.

Da questo lavoro è infine emersa la necessità di indagare l'esistenza di altri interpolatori che si adattino meglio a distribuzioni anisotrope di dati e a morfologie anisotrope delle superfici da riprodurre.

Bibliografia

- Benciolini B. 1992. Il metodo degli elementi finiti e le sue applicazioni ai modelli digitali delle altezze. *I Sistemi Informativi Territoriali*, L. Mussio e F. Crosilla Eds. CISM Udine, 153-184.
- Brovelli MA, Sansò F, Triglione D. 1999. Different approaches for outliers detection in digital terrain models and gridded surface within the GRASS Geographic Information System environment. *The International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing*, XXXII, Part 4W12: 1-8.
- Brovelli MA, Reguzzoni M, Sansò F, Venuti G. 2001. Modelli matematici del terreno per mezzo di interpolatori a spline. *Bollettino SIFET*, supplemento speciale al n. 2/2001: 55-79.
- Brovelli MA, Reguzzoni M, Sansò F, Venuti G. 2001. Procedure di ricostruzione del modello digitale del terreno da dati laser scanning. *Bollettino SIFET*, supplemento speciale al n. 2/2001: 81-97.
- Cosso T, Federici B, Sguerso D. 2004. Il rilevamento di DTM per analisi morfodinamiche. 8° *Conferenza Nazionale ASITA*, Roma, 1: 879-884.
- Crippa B, Forlani G. 1990. Il calcolo con il metodo degli elementi finiti. *Ricerche di geodesia, topografia e fotogrammetria*, CLUP Ed., 92-137.
- Davis JC. 1986. Statistics and data analysis in geology, 2nd edition. John Wiley and Sons, New York.
- Federici B, Sguerso D. 2004. DTM of a braided river: how to reproduce it? *Free and Open Source Software for Geoinformatics: GIS-GRASS User Conference*, Bangkok, Thailand, Sept 12-14, http://gisws.media.osaka-cu.ac.jp/grass04.
- Federici B, Sguerso D. 2005. Comment reproduire le MNT d'une rivière ensablée? *Geomatique Expert*, CiMax Ed., **44**: 32-41
- GRASS 5.4 Reference Manual: http://grass.itc.it/gdp/html_grass5/index.html.
- Lane SN. 2001. The measurement of gravel-bed river morphology. In *Gravel-Bed River V*, Mosley M.P. (eds). New Zealand Hydrological Society, Wellington; 291-337.
- Mitas L, Mitasova H. 1999. Spatial Interpolation, *Geographical Information Systems: Principles, Techniques, Management and Applications*, GeoInformation International, P.Longley, M.F. Goodchild, D.J. Maguire, D.W.Rhind Eds., Wiley, 481-492.
- Mitasova H, Mitas L. 1993. Interpolation by Regularized Spline with Tension: 1. Theory and Implementation. *Mathematical Geology*, **25** (6): 641-655.
- Moritz H. 1978. Introduction to interpolation and Approximation, *Approximation Methods in Geodesy*, H. Moritz e H. Sunkel Eds, Herbert Wichmann Verlag Karlsruhe, 1-46.
- Neteler M, Mitasova H. 2002. Open source GIS: a GRASS GIS Approach. Kluwer Academic Publishers
- Wackernagel H. 2003. *Multivariate geostatistics*. An introduction with applications. Springer-Verlag, Berlin.