

Applicazione della *Top Hat function* allo studio delle forme del paesaggio

Rossano Ciampalini*

*Dipartimento di Scienza del Suolo e Nutrizione della Pianta
Università degli Studi di Firenze

ABSTRACT

La metodologia *Top Hat function* (Serra, 1982; Rodriguez et al., 2002) è una funzione della morfologia matematica utilizzata nella elaborazione di immagini a livelli di grigio utile per identificare, se applicata ad immagini mono e bi-dimensionali, elementi di picco.

Ha visto la sua applicazione in ambito geomorfologico con applicazione a modelli digitali del terreno permettendo di identificare ed evidenziare le strutture del rilievo (e.g. Schmidt and Hewitt, 2004).

Lo studio applicativo della funzione top hat al riconoscimento degli elementi morfologici prevede alcune modifiche rispetto alla classica metodologia di utilizzo. Considerata la sua specifica capacità di identificare elementi estremi nelle componenti colore di un'immagine, ovvero elementi morfologici di cresta o valle in ambito geomorfologico, ciò che è stato ritenuto utile implementare, è un livello di appartenenza alle forme indicate e con altri metodo di analisi attribuire a elementi non classificati o riconosciuti valori di appartenenza a forme complementari o comunque facenti parte del paesaggio creando allo stesso tempo degli indici locali di attribuzione che siano complementari su tutta la superficie, a questo proposito si può far riferimento ad una logica fuzzy.

A tale scopo si è scelto di indagare progressivamente con matrici esplorative sempre più grandi analizzando la relazione tra ampiezza del filtro e volume esplorato in analogia a quanto avviene nelle relazioni frattali tra grandezze dimensionalmente diverse.

Per una interpretazione del paesaggio e di analisi delle forme, si riconosce, almeno secondo alcuni aspetti basilari, in quella utilizzata per l'interpretazione bidimensionale del rilievo (Ruhe et al., 1968) in cui prendono campo elementi morfologici quali *summit*, *shoulder*, *backslope*, *footslope*, *toeslope*.

The application of the Top Hat function in landscape analysis

ABSTRACT

The *Top Hat* (Serra, 1982; Rodriguez et al., 2002) is a mathematical morphology function used in B/W image analysis to extract ridge elements. In geomorphology, it has been applied in order to evaluate in digital elevation models structures of the relief (e.g. Schmidt and Hewitt, 2004).

A modifications of the classical Top Hat function in reconnaissance of morphological elements has been developed in Grass-GiS.

In this approach the Fuzzy logic is useful to describe the level of each element identified by the *Top Hat function* and related methods.

In landscape interpretation, an approach similar to the 2D-dimensional terrain description of Rhue (1968) (*summit*, *shoulder*, *backslope*, *footslope*, and *toeslope*) has been adopted.

Keywords: Digital elevation models; Landforms and landscape modelling; GIS

Corresponding author:

Rossano Ciampalini, Dept. Soil Sci. University of Florence – P.le Cascine, 15 - Firenze IT
Tel. ++39 055 3288398 - E-mail address: rossano.ciampalini@unifi.it

Introduzione

La metodologia *Top Hat function* (Rodriguez et al., 2002) è una funzione morfologico matematica utilizzata nella elaborazione di immagini a livelli di grigio utile per identificare, se applicata ad immagini mono e bi-dimensionali, elementi di picco.

E' considerata una funzione a soglia di adattamento in quanto il risultato è una immagine priva di livelli di *background* locale; usata inizialmente in ambito citologico su immagini da luminescenza e fluorescenza (Meyer et al., 2000 in Rodriguez et al., 2002) ha visto la sua applicazione in ambito geomorfologico con applicazione a modelli digitali del terreno permettendo di identificare ed evidenziare le strutture del rilievo (e.g. Schmidt and Hewitt, 2004).

La sua formulazione matematica è relativa alla teoria della elaborazione di immagine esplicitata da Serra (1982, 1988).

La TOP HAT function

Nell'ambito delle funzioni morfologico matematiche elementari si consideri $f(x)$ il valore di grigio del generico pixel x ed il punto considerato collocato in u ; il valore della trasformata dell'intera matrice X sia $f(X)$. Si definisce λ l'elemento strutturale geometrico centrato in x che rappresenta la dimensione della matrice esplorativa e si operano le trasformazioni (Rodriguez et al., 2002):

$$\text{Erosion: } E^\lambda f(X) = \inf \{f(u): u \in \lambda_x\}$$

$$\text{Dilation: } D^\lambda f(X) = \sup \{f(u): u \in \lambda_x\}$$

si definiscono quindi le funzioni:

$$\text{Opening: } O^\lambda f(X) = D^\lambda (E^\lambda f(X))$$

$$\text{Closing: } C^\lambda f(X) = E^\lambda (D^\lambda f(X)).$$

Le funzioni *Opening* e *Closing*, alla base della trasformata *TOP HAT*, sono comunemente utilizzate per l'estrazione di zone rispettivamente chiare e scure che in questo ambito corrispondono ad elementi vallivi e picchi; l'estrazione viene effettuata dimensionalmente in base all'elemento strutturale λ utilizzato.

Si definisce inoltre la funzione *White Top Hat* per l'estrazione dei picchi in cui t rappresenta il livello di soglia:

$$WTH = \{x : f(x) - O^\lambda(X) \geq t\},$$

analogamente l'estrazione delle valli si effettua con la funzione *Black Top Hat* definita come segue:

$$BTH = \{x : C^\lambda(X) - f(x) \geq t\}$$

Il valore di soglia permette di identificare elementi di picco e valle non interferendo con i valori di grigio marginali che vengono calcolati durante il calcolo della trasformata, soltanto gli elementi strutturali della morfologia dell'immagine più marcati, quindi picchi e valli per estensione di dimensioni maggiori all'elemento strutturale λ utilizzato vengono conservati, inoltre i valori di t possono essere differenziati, in base a considerazioni sulla asimmetria dello sviluppo della morfologia dell'immagine, per il trattamento separato di valli e picchi.

Applicazione della Top Hat function

Lo studio applicativo della funzione *Top Hat* al riconoscimento degli elementi morfologici prevede alcune modifiche rispetto alla classica metodologia di utilizzo.

Considerata la sua specifica capacità di identificare elementi estremi nelle componenti colore di un'immagine, ovvero, in ambito geomorfologico, elementi di cresta o valle, ciò che si ritiene utile definire è un livello di appartenenza alle forme indicate ed agli elementi di forma complementari

facenti parte dello stesso paesaggio creando degli indici locali complementari su tutta la superficie; a tal proposito si può far riferimento ad una logica *fuzzy* che permetta di attribuire ciascun punto della superficie a più elementi in base ad una propria funzione di appartenenza. Particolare attenzione verrà prestata alle dimensioni del filtro utilizzato: tale metodologia, applicabile a situazioni in cui si abbia un pattern di paesaggio non troppo difforme, è utilizzabile attraverso una analisi dei valori che filtri di varia dimensione producono.

A tale scopo si è scelto di indagare con matrici esplorative di dimensioni progressivamente crescenti analizzando la relazione tra ampiezza del filtro e volume esplorato in analogia a quanto avviene nelle relazioni frattali tra grandezze dimensionalmente diverse.

Date le funzioni di *Opening* e *Closing* che individuano gli elementi citati si procede alla separazione dei corpi *Top* e *Bottom* individuati per differenza dalla superficie topografica originaria:

$$TOP = \{x : f(x) - O^\lambda(X)\};$$

$$BOTTOM = \{x : C^\lambda(X) - f(x)\};$$

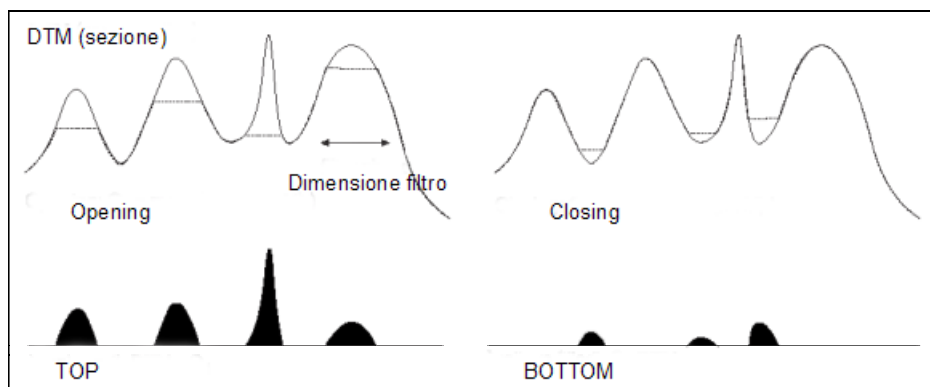


Fig.1 Schema di estrazione degli elementi *Top* e *Bottom* (da Schmidt et al., 2004, modificato)

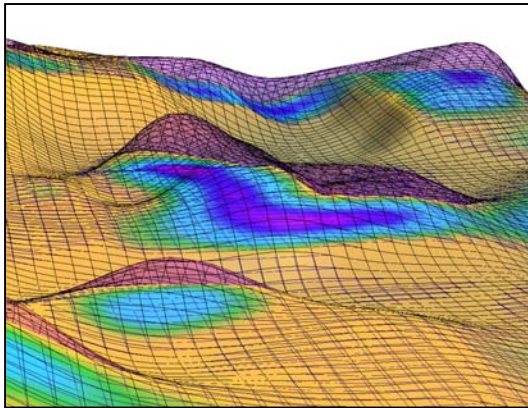


Fig.2 Esempio di applicazione del filtro "Top"

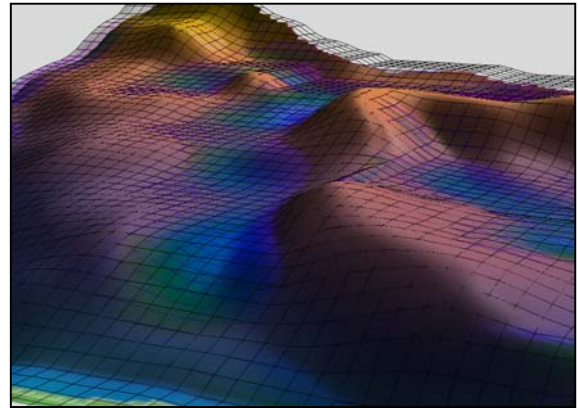


Fig.3 Esempio di applicazione del filtro "Bottom"

Gli elementi rilevati, che sono funzione dell'energia del rilievo locale, con valori compresi tra zero, $\max\{x : f(x) - O^\lambda(X)\}$ e $\max = \{x : C^\lambda(X) - f(x)\}$, vengono normalizzati in ambito locale (*TOP_CONV* e *BOTTOM_CONV*) secondo il valore massimo che l'elemento strutturale λ ha espresso nella matrice di esplorazione: tale normalizzazione che riconduce i valori ad un intervallo compreso tra zero ed uno si effettua per differenza tra il valore locale ed il valore estremo in ambito locale individuato dalla matrice:

$$TOP_CONV = \{x : TOP / (Dilation(X) - O^\lambda(X))\}$$

$$BOTTOM_CONV = \{x : BOTTOM / (Erosion(X) - C^\lambda(X))\}$$

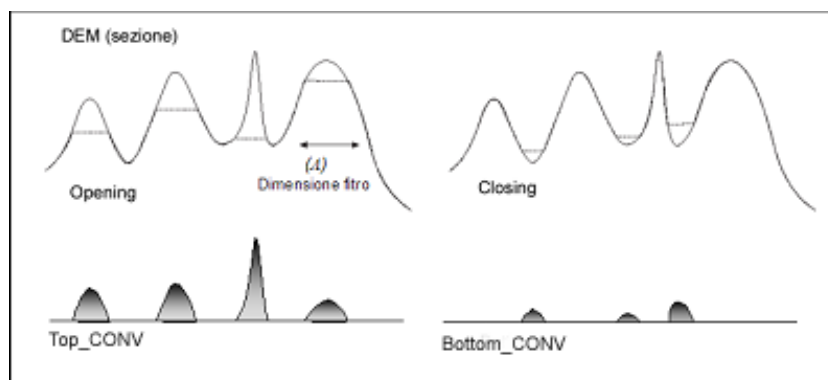


Fig.4 Schema di estrazione degli elementi *Top_Conv* e *Bottom_Conv* (da Schmidt et al., 2004, modificato)

La caratterizzazione degli elementi di superficie non indagati dalla procedura suddetta, che costituiscono a tutti gli effetti delle superfici di raccordo tra elementi di alto e basso morfologico, si effettua in ambiente **Grass** per mezzo di un algoritmo (*r.distance*) di valutazione della distanza minima che intercorre tra un punto dell'elemento ed il limite degli estremi individuati dalla procedura *Top Hat function*. Le relative distanze dell'ipotetico punto verso *Top* e verso *Bottom*, se rappresentate come rapporto tra valore minimo, quello dell'elemento *Top Hat* prossimo, e valore massimo, quello remoto, definiscono dei valori compresi tra 0 ed 1 che possono essere considerati come valore indicativo o di appartenenza relativa dei punti in analisi alla fascia intermedia.

In base ad una procedura che opera sulle differenze dei valori si ricavano i valori complementari ad 1 per le due categorie 1) area di raccordo tra *Top* e fascia intermedia, 2) area di raccordo tra *Bottom* e fascia intermedia.

Tale suddivisione morfologica permette di individuare e caratterizzare numericamente il livello di appartenenza ai seguenti elementi:

- 1) *Top*;
- 2) *Bottom*;
- 3) Superficie intermedia contraddistinta da valore unitario nel suo centro di massa o geometrico;
- 4) Fascia di raccordo tra *Top* e zona intermedia;
- 5) Fascia di raccordo tra *Bottom* e zona intermedia.

Per quanto concerne elementi contraddistinti da aree di sovrapposizione che si verificano nella procedura *Top Hat*, e che in tale rappresentazione risultano appartenere in parte all'uno ed all'altro elemento (*Top* e *Bottom*), si procede come segue: la zona di sovrapposizione viene trattata in modo analogo alla fascia centrale intermedia ricostruendo le distanze prossimali verso l'alto e verso il basso, ovvero verso i limiti prodotti dalla intersezione dei due elementi

(*Top* e *Bottom*), il valore complementare ad 1 dell'intersezione delle due aree di *Top_Convolution* e *Bottom_Convolution* viene ripartito in modo proporzionale al valore dei due elementi concorrenti attribuendo un valore di appartenenza rispettivamente all'elemento di raccordo con la zona *Top* ed all'elemento di raccordo con la zona *Bottom*.

Utilizzando un modello digitale del terreno si sono applicate le procedure di estrazione di *Top* e *Bottom function* (Allegato 1) calcolando per ciascun valore del *kernel* utilizzato i volumi su tutta l'area in esame. La rappresentazione grafica di tale valore e delle sue derivate in funzione della dimensione della finestra esplorativa, ovvero la variazione dell'incremento del volume estratto dalla funzione, permette di individuare un valore del *kernel* oltre il quale vengono esplorati volumi significativamente diversi.

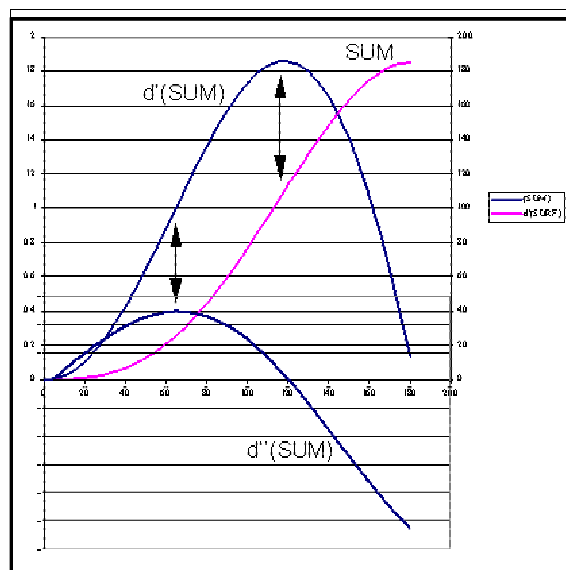


Fig.5 Schema dei volumi estratti e relative derivate in funzione della dimensione del filtro.

Nel caso specifico si passa ad una diminuzione dell'incremento nella funzione *Top* per dimensione del kernel pari ad 11 unità ed una sostanziale stabilizzazione dell'incremento (negativo) nella funzione *Bottom* per 13 unità lineari.

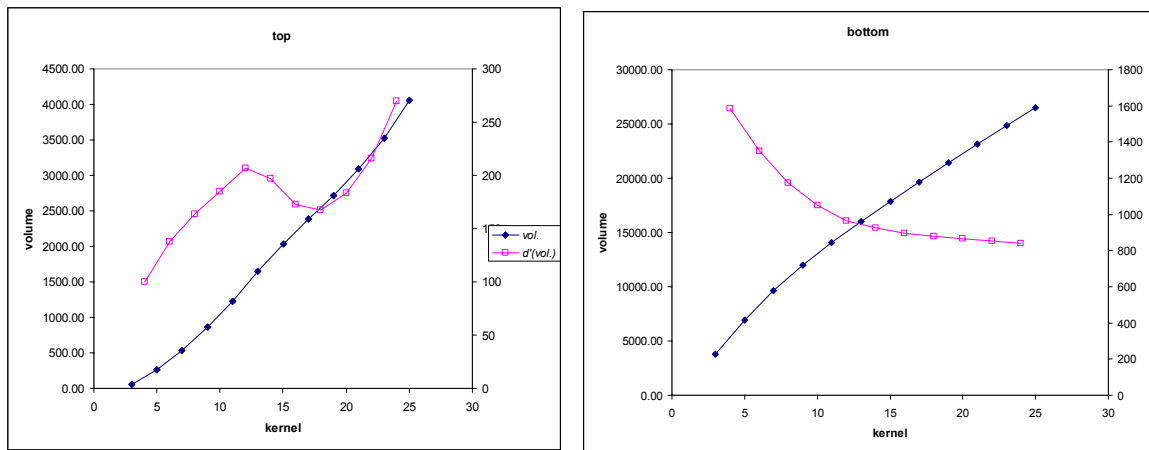


Fig. 6 Volumi relativi alle matrici esplorative per *Top* e *Bottom*

Il significato di tali variazioni è da ricondursi al fatto che, nel primo caso, si è indagato fino a raggiungere nel punto di picco l'estrazione di parte consistente degli elementi del rilievo principale esplorando successivamente aree di limitato sviluppo della componente verticale, nel secondo caso si incorre in progressive condizioni di linearità del versante esplorato. In entrambi i casi il punto individuato dal valore derivata costituisce un elemento distintivo e caratteristico delle proprietà del rilievo.

Le procedure sopra applicate conducono ad una caratterizzazione delle forme come esplicitato nelle seguenti mappe (Figg. 8-12); l'applicabilità del metodo necessita di accurati test in funzione della tipologia della ricerca.

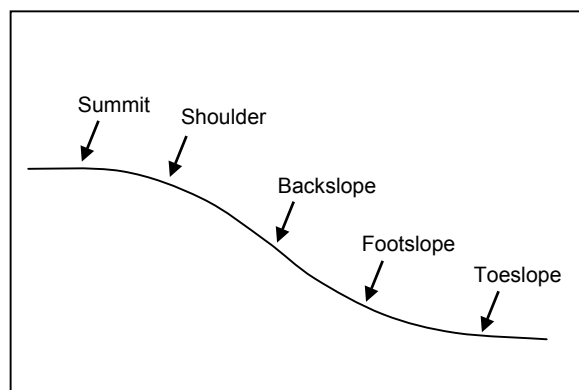


Fig. 7 Schema degli elementi di versante ipotizzati da Ruhe et al., 1968.

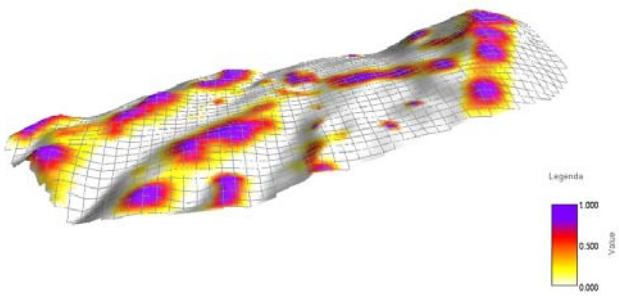


Fig. 8 Summit

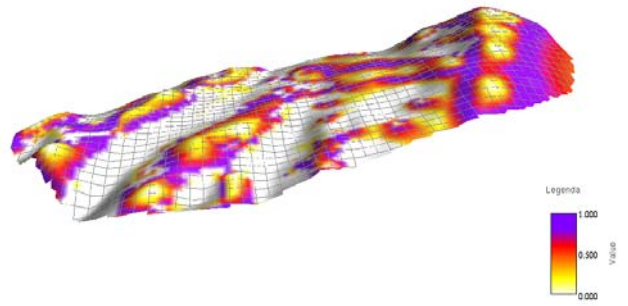


Fig. 9 Shoulder

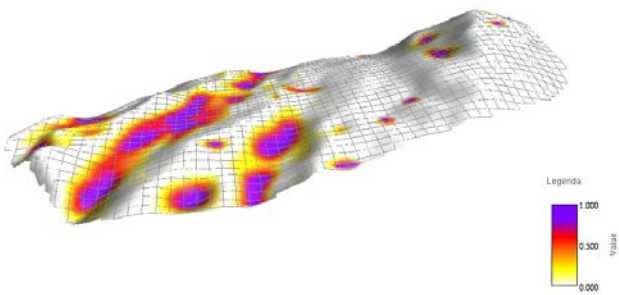


Fig. 10 Toeslope

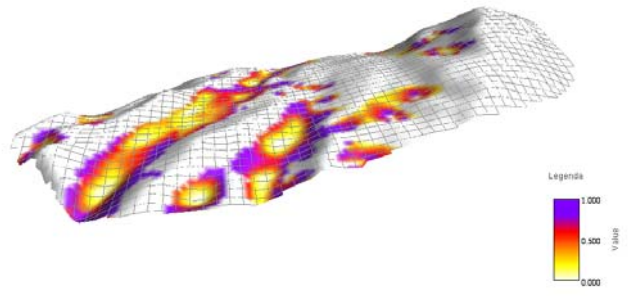


Fig. 11 Footslope

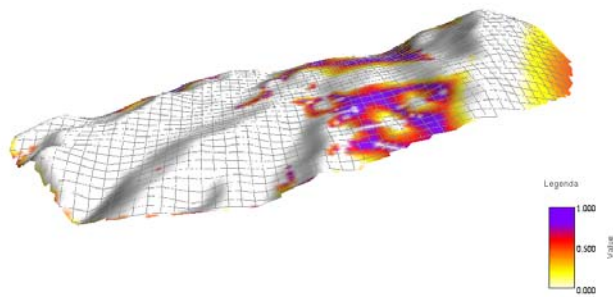


Fig. 12 Backslope

Conclusioni

Tale rappresentazione intesa per una interpretazione del paesaggio e di analisi delle forme, si riconosce, almeno secondo alcuni aspetti basilari, in quella utilizzata per l'interpretazione bidimensionale del rilievo (Ruhe et al., 1968) in cui prendono campo elementi morfologici quali *summit*, *shoulder*, *backslope*, *footslope*, *toeslope* (Fig. 7).

Attribuendo tale significato agli elementi individuati dalla procedura, e ciò è ipotizzabile in quanto l'estrazione delle forme principali *Top* e *Bottom* avviene in base ad una effettiva lettura della tipologia degli elementi indagati, si realizza una interpretazione morfometrica che presenta le condizioni per una applicabilità in ambito pedo-geomorfologico.

L'applicabilità del metodo è strettamente dipendente dalla uniformità e dalla tipologia degli elementi di forma presenti nel paesaggio in analisi in quanto la scelta della dimensione ottimale di estrazione degli elementi viene effettuata su un valore cumulato che media il livello di espressione delle forme stesse.

BIBLIOGRAFIA

Rodriguez, F., Maire, E., Courjauld-Radè, P. and Darrozes, J., 2002. "The Black Top Hat applied to a DEM: a tool to estimate recent incision in a mountainous watershed" (Estibère Watershed, Central Pyrenees). *Geophysical Research Letters*, 29, 6, 9.1-9.4.

Ruhe, R.V., and Walker, P.H., 1968. "Hillslope models and soil formation. I. Open systems". *Trans. 9th Int. Cong. Soil Sci.*, 4, 551-560.

Schmidt, J. and Hewitt, A., 2004. "Fuzzy land element classification from DTMs based on geometry and terrain position". *Geoderma*, 121, 3-4, 243-256.

Serra, J., 1982. "Image analysis and mathematical morphology". Academic press, London.

Serra, J., (1988), "Image analysis and mathematical morphology - Theretical advances". Academic Press, London.

Allegato 1 (Codice di estrazione progressiva della *Top Hat function*)

```
#!/bin/sh
#####
#
# r.top_hat.sh
#
# SCRIPT:          r.top_hat.sh
# AUTHOR(S):       Rossano Ciampalini - 2004/11/01
# PURPOSE:         Automatically calculate top hat function
#
# COPYRIGHT:       2004 Rossano Ciampalini
# LICENSE:         GPL 2.0 or (at your option) any later version
#
# This program is distributed in the hope that it will be useful,
# but WITHOUT ANY WARRANTY; without even the implied warranty of
# MERCHANTABILITY or FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. See the
# GNU General Public License for more details.
#
# You should have received a copy of the GNU General Public License
# along with this program; if not, write to the Free Software
# Foundation, Inc., 59 Temple Place - Suite 330, Boston, MA 02111-1307, USA.
#
#####

KERNEL=(3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25)

if [ $# -ne 1 ] ; then
    echo "Usage: sh r.top_hat.sh elevation_map"
    exit
fi

for i in $(seq 0 11); do

echo EROSION
r.neighbors input=${1} output=${1}_min"${KERNEL[i]} method=minimum size=${KERNEL[i]}
echo DILATION
r.neighbors input=${1} output=${1}_max"${KERNEL[i]} method=maximum size=${KERNEL[i]}

echo OPENING
r.neighbors input=${1}_min"${KERNEL[i]} output=${1}_open"${KERNEL[i]} method=maximum size=${KERNEL[i]}
echo CLOSING
r.neighbors input=${1}_max"${KERNEL[i]} output=${1}_close"${KERNEL[i]} method=minimum size=${KERNEL[i]}

echo TOP_EXTRACTION
r.mapcalc ${1}_top"${KERNEL[i]}=${1}-${1}_open"${KERNEL[i]}

echo BOTTOM_EXTRACTION
r.mapcalc ${1}_bottom"${KERNEL[i]}=${1}_close"${KERNEL[i]}-${1}

echo TOP_LOCAL_CONVOLUTION
r.neighbors input=${1}_top"${KERNEL[i]} output=${1}_max_dh"${KERNEL[i]} method=maximum size=${KERNEL[i]}
#r.mapcalc ${1}_max_dh"${KERNEL[i]}=${1}_max"${KERNEL[i]}-${1}_open"${KERNEL[i]}
r.mapcalc ${1}_top_conv"${KERNEL[i]}=${1}_top"${KERNEL[i]}/${1}_max_dh"${KERNEL[i]}

echo BOTTOM_LOCAL_CONVOLUTION
r.neighbors input=${1}_bottom"${KERNEL[i]} output=${1}_min_dh"${KERNEL[i]} method=maximum size=${KERNEL[i]}
#r.mapcalc ${1}_min_dh"${KERNEL[i]}=${1}_close"${KERNEL[i]}-${1}_min"${KERNEL[i]}
r.mapcalc ${1}_bottom_conv"${KERNEL[i]}=${1}_bottom"${KERNEL[i]}/${1}_min_dh"${KERNEL[i]}

echo INTEGRAL TOP CALCULATION
r.sum rast=${1}_top"${KERNEL[i]} | awk -F: '{print $1}'>>a_top_INTEGRAL.txt

echo INTEGRAL BOTTOM CALCULATION
r.sum rast=${1}_bottom"${KERNEL[i]} | awk -F: '{print $1}'>>a_bottom_INTEGRAL.tx
done

#echo Removing Temporary Files
#g.mremove -f rast=a_map_m*
echo
echo "-----> Done!"
```